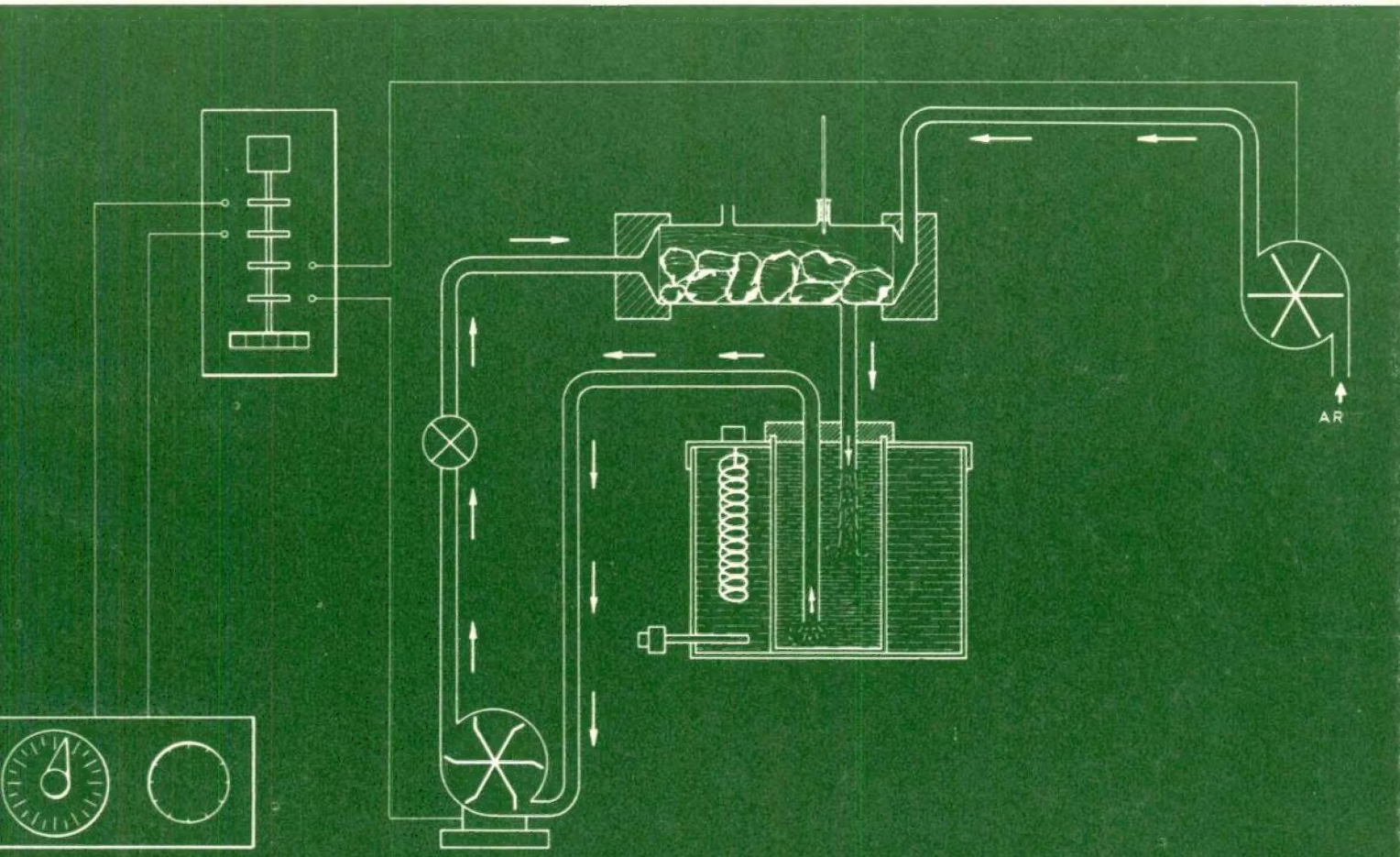
técnica



408

associação dos estudantes do instituto superior técnico

maio 1971

revista de engenharia

VARÕES DE AÇO DE ALTA RESISTÊNCIA PARA BETÃO ARMADO TIPO A. 40
(«Heliaço» e «SNT 40»)

TENSÕES DE SEGURANÇA
Ra = 2400 kg/cm²
e
Ra = 4000 kg/cm² (SISMOS)

Literatura e Tabelas de Cálculo fornecidas gratuitamente

HELIAÇO, LDA.

R. DE S. JULIÃO, 41, 4.º D. — LISBOA

Tel.: 36 78 17 - 32 37 06 - 36 94 77

REGINA-EXTRA
REX-REGINA

CORRENTES
para
indústria,
agricultura, etc.

AUTO-LUSITANIA
ALFREDO DUARTE, L.da
AVENIDA DA LIBERDADE, 73-77
LISBOA

UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA
S. A. R. L.

SEDE
Rua de Alexandre Herculano, 244 — PORTO
TELEFONES: 2 76 76/9 e 2 18 38

DELEGAÇÃO
Rua Rosa Araújo, 35 — LISBOA
TELEFONES: 53 11 81/7 e 53 33 33

●

ELECTRICIDADE DO LINDOSO

●

A UNIÃO ELÉCTRICA PORTUGUESA, S. A. R. L. distribui, pela mais extensa rede de alta tensão em Portugal, (cerca de 3 500 km) energia eléctrica em 70 concelhos, nos distritos de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU, LEIRIA, SETÚBAL e ÉVORA.

CIMENTO SECIL

Fábrica:
Outão — Setúbal
Telef. 228824/5

Escritório:
R. do Comércio, 56-3.º
LISBOA 2
Telef. 328201/2/3

técnica

NÚMERO 408 MAIO DE 1971 ANO XLVI VOLUME XXXIII PUBLICAÇÃO MENSAL

Director

Silvério de Sousa Mendes

Administrador

Vladimiro de Oliveira

Secretário

Raul Pereira da Costa

Chefe de Redacção

Guilherme Silva Arroz

Redactores

Alvaro Manuel Cortez
Antonio Mouraz
Francisco Toco Emílio
José de Oliveira Paulo
Rui Lopes dos Santos

Assinaturas

		5 Nos.	10 Nos.
Continente e Ilhas	—	85$00	160$00
Ultramar, Brasil e Espanha	—	95$00	170$00
Estrangeiro	—		180$00

Número avulso — 25$00

Não se publica em Agosto e Setembro.

Os artigos assinados são da exclusiva responsabilidade dos seus autores.

Composto e impresso na Tipografia Jorge Fernandes, Lda. — Rua da Cruz dos Poiais 103 — Lisboa

SUMÁRIO

417 *AIRES-BARROS & R. C. GRAÇA* — **Laboratory test on cyclic «closed circuit» percolation of rocks.**

Ensaio laboratorial de percolação cíclica de rochas em «circuito fechado».

423 *J. P. FIGANIER* — **Nota sobre a aplicação das transformadas de Fourier e de Laplace aos circuitos.**

Some notes about apllying to circuits theory Laplace and Fourier transforms.

431 *F. DURST* — **Introduction to Laser Doppler — Shift anemometry.**

Introdução à teoria do anemómetro de Laser (baseado no efeito Doppler).

447 *ALMEIDA PEREIRA* — **A utilização da linha de influência, obtida em ensaios de carga com pneu, na determinação das características estruturais de pavimentos.**

Utilization of the influence lines, obtained in tire charge tests, on the determination of the structural characteristics of pavements.

475 *DUARTE SILVA E MARÇAL GRILO* — **Conceitos básicos para o estudo da mecânica dos corpos contínuos — espectro mecânico.**

Basic concepts on the study of mechanics continuous bodies — — mechanical spectrum.

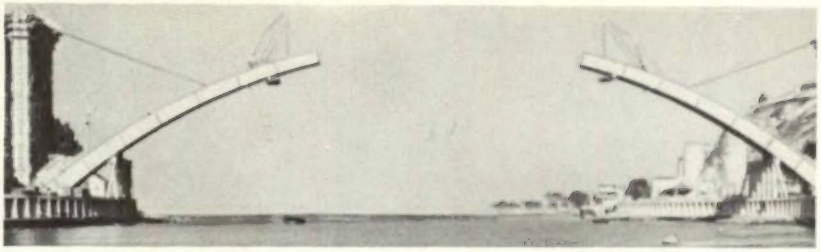
481 **Bibliografia**

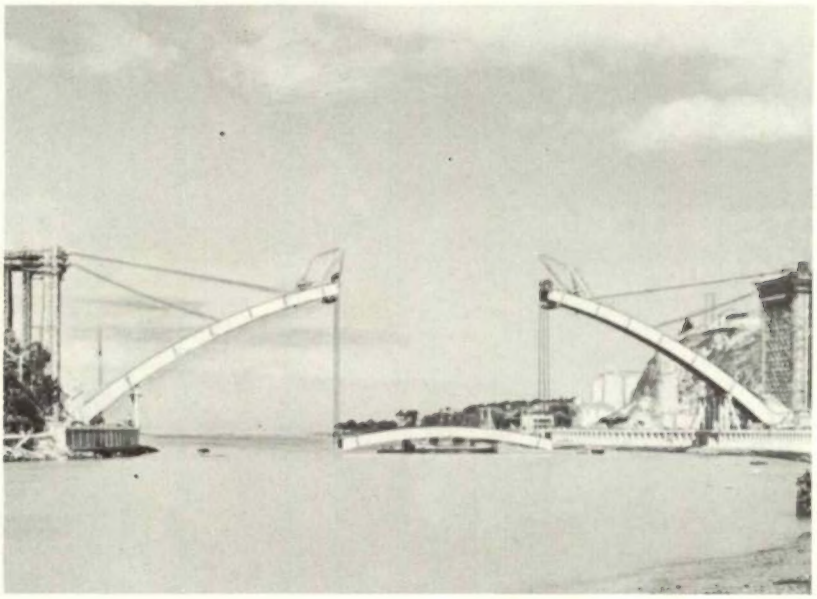
CAPA: Esquema do Percolador Livre em circuito fechado (V. Artigo de Aires-Barros & R. C. Graça)

INDICE ALFABETICO DOS ANUNCIANTES

	Pág.
A. Johnson & Co (Portugal), Ltd.	XXXII
Aguiar & Melo, Lda.	XXX
Auto-Lusitânia	2.ª da capa
Cimento Secil	2.ª da capa
Companhia de Cimentos Brancos	VI
Cometna	XIV
Construções Técnicas	XXIII
Construções Schréder	XX
Eficex Kienzle	XXIX
Electrotécnicos Reunidos	XXI
Electro-Arco, Lda.	II
Empresa de Cimentos de Leiria	XXXIV
Empresa Electro Cerâmica	XXXI
Empresa de Sondagens e Fundações Teixeira Duarte, Lda.	3.ª da capa
Empresa Técnica de Equipamentos Eléctricos	XI
Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações	XVI
Fanafel	XVI
Frapil	XV
Fundações Franki, Lda.	I
Guedes & Almeida, Lda.	IV e VIII
Heliaço	2.ª da capa
Hidrel	XXVII
Hoechst Portuguesa	XXVII
Isola	XXVIII
Isolux	IV
Jayme da Costa, Lda.	XIX
Johann Keller	XXVII
J. F. Azevedo e Silva	VII
J. Roma	V
Jomatel	XIV
Livros Técnicos	V e XXXIII
MAGUE	XIII
Mendes de Almeida	XXV
Metalúrgica Central de Trofa, Lda.	XXXIII
Mobil Oil	XVII
Novobra, Lda.	XXVIII
Plessey Automática Eléctrica	XXVII
Romar	XXIV
Rotring	XXXI
Sepsa	I
Siemens	XII
Soc. Ar Líquido	XXXIII
Soc. Electricidade Brown Boveri	4.ª da capa
Soc. Amadeu Gaudêncio	XXIX
Soc. Industrial Metalúrgica	XXIX
Sociedade Portuguesa Cavan	VI
S. K. F. Lda.	XXII
Somague	XXVI
Sondagens e Fundações A. Cavaco	II
Sondagens Ródio, Lda.	V
Sopecate	II
Standard Eléctrica	IX
Time-Sharing	X
União Eléctrica Portuguesa	2.ª da capa
Wild Portugal, Lda.	III

No início da década de 60,
fabricamos,
estudamos a montagem
e montamos, o cimbre
da Ponte da Arrábida





Entretanto, aumentamos

os nossos meios 5 vezes,

a nossa produção 8 vezes,

a nossa experiência "n" vezes

Na década de 70

estamos preparados

para ainda

maiores

realizações

Sepsa SOCIEDADE DE CONSTRUÇÕES ELECTRO-MECÂNICAS, S.A.R.L.
APARTADO 8 * LEÇA do BAILIO * TELEX SEPSA P 2616

divisão
de
construções
eléctricas

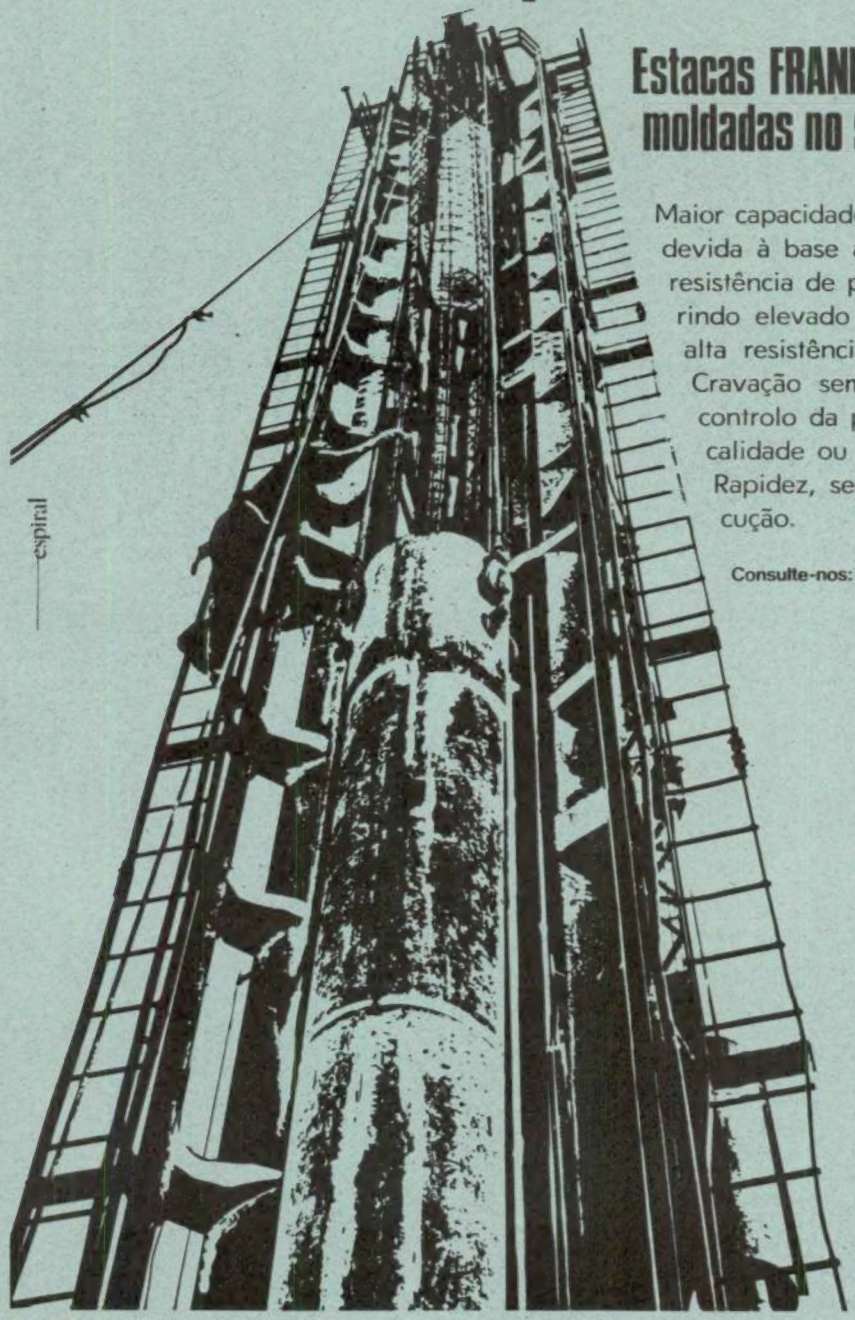
Colaborando no desenvolvimento industrial do país, somos os pioneiros em Portugal na construção de alternadores de média e grande potência

CENTRAL	POTÊNCIA KVA	PARTICIPAÇÃO SEPSA	CENTRAL	POTÊNCIA KVA	PARTICIPAÇÃO SEPSA
MIRANDA (SAAS)	3 x 60.000	30 %	CARRAPATELO (ASEA)	3 x 67.000	15 %
ALTO RABAGÃO (SAAS)	2 x 45.000	50 %	RÉGUA (ASEA)	3 x 58.000	57 %
BEMPOSTA (SAAS)	3 x 78.000	85 %	CORVETE (ASEA)	1 x 1.750	90 %
CHICAMBA (SAAS)	2 x 24.000	95 %	LOMAUN (ASEA)	1 x 18.000	40 %
BUGALHEIRA (SAAS)	2 x 800	95 %	CAMBAMBE (ASEA)	2 x 72.000	95 %
CARREGADO I e II (BBC)	2 x 156.000	20 %	CHIUMBE DALA (ASEA)	2 x 2.500	95 %

Sepsa

SOCIEDADE DE CONSTRUÇÕES ELECTRO-MECÂNICAS, S.A.R.L.
APARTADO 8 - LEÇA do BAILIO - TELEX SEPSA P 2616

uma base que lhe garante a segurança de uma técnica experimentada.



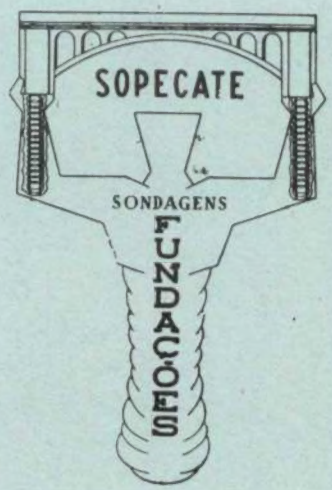
espiral

Estacas FRANKI, moldadas no solo.

Maior capacidade de carga das estacas Franki devida à base alargada assegurando grande resistência de ponta, ao fuste rugoso conferindo elevado atrito lateral e ao betão de alta resistência por apiloamento enérgico. Cravação sem extracção do terreno com controlo da profundidade a atingir. Verticalidade ou inclinações do máximo rigor. Rapidez, segurança e economia de execução.

Consulte-nos: FUNDAÇÕES FRANKI, LDA. — PORTUGAL

FRANKI



sopecate

sondagens - fundações

ESCRITÓRIO: RUA DO ARSENAL 146 2.º TELEFONES 3 40 10 - 32 02 08 LISBOA

- ESTUDOS, PESQUISAS E CAPTAÇÕES DE ÁGUA
- SONDAGENS GEOLÓGICAS
- REBAIXAMENTO DE NÍVEIS AQUÍFEROS
- FUNDAÇÕES

SONDAGENS E FUNDAÇÕES A. CAVACO, LDA.

R. RODRIGO DA FONSECA, 62, R C ESQ. — LISBOA - 1
- TELEF. 56 11 71/72/73

ELECTRO-ARCO, L.DA

ELÉCTRODOS ✦ POSTOS ✦ ACESSÓRIOS
PARA A SOLDADURA ELÉCTRICA

*

MATERIAL APROVADO PELOS
LLOYD'S REGISTER OF SHIPPING
BUREAU VERITAS
GERMANISCHER LLOYD

—

LISBOA
Rua Silva Carvalho, 239
Tels. 68 36 49 - 68 48 93

FÁBRICA E LABORATÓRIOS
Venda Nova — Amadora
Tels. 97 06 13 - 97 17 33

PORTO
Rua do Bolhão, 216
Tel. 2 12 77 - 39 44 73

Temos apenas uma qualidade:
Primeira.
WILD
HEERBRUGG
SWISS
Os estojos de desenho WILD são confeccionados de aço crómio polido inoxidável.
Isto significa precisão, mesmo após uso de longos anos.
Um exemplo da mais alta perfeição: O traçado direito e preciso do compasso WILD. O mesmo possibilita um trabalho seguro. A posição do ângulo pode ser fixada com rapidez e segurança sem a mínima folga nas pernas do compasso.
A aplicação de materiais sòmente da melhor qualidade e o máximo cuidado no acabamento, justificam a reputação mundial de primeira qualidade, Made in Heerbrugg.
WILD
HEERBRUGG
Aparelhos para Fotogrametria
Aparelhos topográficos
Microscópios

ESCAVADORAS HIDRÁULICAS
S/RODAS — S/LAGARTAS

yumbo

— ENTREGAS IMEDIATAS

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

GUEDES & ALMEIDA, LDA.

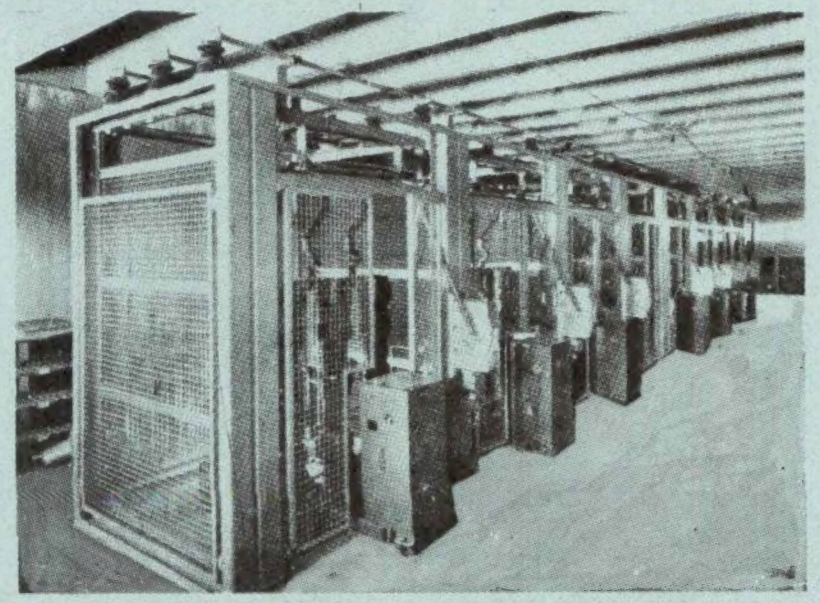
RUA ÁUREA, 181 - 2.° — TELEFONES 325011 - 327845 — LISBOA

ISOLUX L.DA

ESTUDOS E INSTALAÇÕES ELÉCTRICAS

Porto
R. Dr. Alfredo Magalhães, 110 - 2º. Dtº
Tel. 20723

Lisboa
L. Campo Pequeno, 21 - 4º Esq
Tel. 77 00 30/8/9



CELAS ABERTAS DE ALTA TENSÃO

Projectos e instalações eléctricas de:

Centrais

Subestações

Postos de Transformação

Fábricas

Edifícios públicos

Blocos residenciais

Dimensionamento de Secções de Betão Armado em Relação à Rotura

Matérias

— Flexão simples de secções rectangulares simplesmente armadas
— Flexão simples de secções rectangulares duplamente armadas
a) com armadura de compressão reduzida
b) com armadura de tracção reduzida
— Flexão simples de secções T duplamente armadas
— Flexão simples de secções T duplamente armadas
— Compressão simples
— Flexão composta de secções rectangulares
a) com armadura simétrica
b) com armadura de tracção reduzida
c) com armadura de compressão reduzida
— Flexão composta desviada de secções rectangulares
— Flexão composta de secções em T
a) com armadura de tracção reduzida
b) comarmadura de compressão reduzida
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares cheias
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares ocas
— Esforço transverso

Preço 150$00

Dimensionamento de Secções Circulares de Betão Armado em Relação à Rotura

Matérias

— Flexão simples e flexão composta de secções circulares cheias
— Flexão simples e flexão composta de secções circulares ocas

Preço 60$00

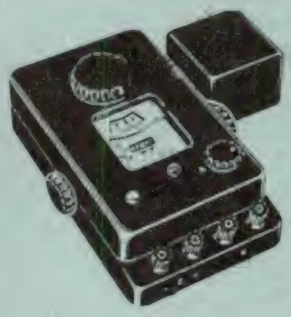
Por J. M. MADEIRA COSTA

ENG.º CIVIL

À venda na TÉCNICA e nas LIVRARIAS

• SOLDADURA ELÉCTRICA

• MATERIAL DE PROTECÇÃO



Aparelhagem de medidas eléctricas

+ indicadora
+ reguladora
+ registadora

J. ROMA, L.DA

P. da Figueira, 12, 1.º LISBOA Tel. 865151
P. do Município, 309-6.º S. 3 PORTO Tel. 0236732

SONDAGENS RODIO, LDA.

R. S. Bento, 644 - 3.º LISBOA
PORTO
LUANDA
BEIRA

TELEFONE: 68 80 96

SONDAGENS GEOLÓGICAS
ESTUDOS GEOTÉCNICOS
CONSOLIDAÇÃO DE FUNDAÇÕES
ESTACAS
PAREDES CONTÍNUAS
IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS HIDRÁULICAS
CAPTAÇÃO DE ÁGUAS

O EMPREGO DO CIMENTO BRANCO...

permite acabamentos mais perfeitos, mais duradouros e muito mais económicos

Estude a vantagem do emprego do

CIMENTO BRANCO LUSO

No Sul: **SCIAL** — T. do Corpo Santo, 15 — Telef. 32 73 77 — Lisboa

No Norte: **SCIAL** — R. António Feliciano de Castilho, 1126 — Telef. 97 09 32 — Areosa — Porto

POSTES DE BETÃO PARA LINHAS ELÉCTRICAS

MOSAICOS E AZULEJOS

COLUNAS PARA ILUMINAÇÃO PÚBLICA

MANILHAS PARA ESGOTOS

SOCIEDADE PORTUGUESA

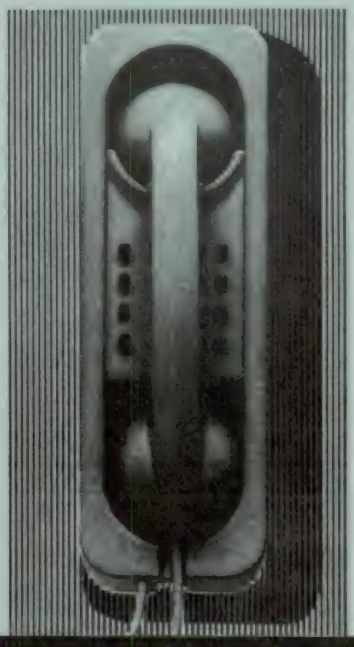
Carvam

RUA D. ESTEFÂNIA, 94-A-LISBOA-1 -TELEF. 47812-50129

IRTI

telefones de porta

Telefone para encastrar com 8 chamadas mod. OKT 8 para intercomunicação Outros modelos para serviço de Porteiro Eléctrico



Central de mesa para porteiro. 60 linhas. de tipo normal a conversação secreta, modelo CP 60

Telefone de mesa com cordão extensível, e caixa metálica esmaltada à estufa, particularmente aconselhado para oficinas e utilizações industriais

PUBLIMPAR

JF

J.F. DE AZEVEDO E SILVA & Cª Lda

Trv. Fábrica dos Pentes, 8 • Tel. 654332-654165 • LISBOA

WABCO
An American-Standard Company

MOTO-SCRAPERS AUTO-CARREGADORES

CAPACIDADES ATÉ 34 JARDAS CÚBICAS

NÃO NECESSITA DE TRACTOR PARA EMPURRE!
UMA SÓ MÁQUINA... UM SÓ OPERADOR...

DISTRIBUIDOR EXCLUSIVO

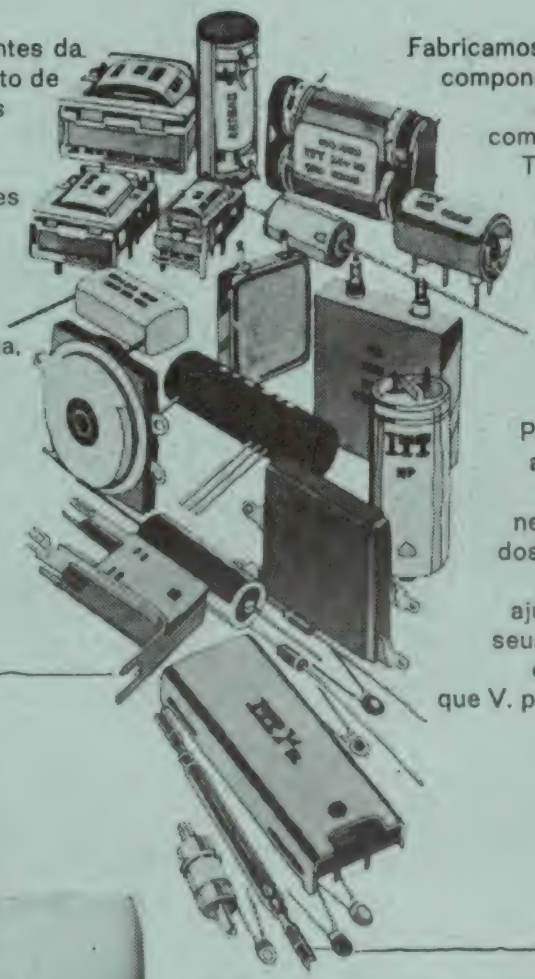
GUEDES & ALMEIDA LDA.

Rua Áurea, 181-2.º — LISBOA-2 — TELEFS. 32 50 80 e 32 78 45

Se ainda não encontrou o componente que precisa... ... nós temo-lo para si!

71-B

O "Grupo de Componentes da ITT Europa" é um conjunto de Empresas especializadas no desenvolvimento, fabrico e venda de componentes electrónicos.
Na Europa Ocidental contamos com 4 modernos centros de investigação científica, 56 unidades fabris e 38 escritórios principais de vendas.



Fabricamos uma vastíssima gama de componentes electrónicos: desde a simples resistência aos complicados cinescópios para TV a cores; de minúsculos termistores a enormes klistrões; semicondutores, circuitos integrados, L.S.I., válvulas electrónicas, cristais de quartzo e filtros, relés, microfones, motores, fios, cabos e ligadores.
Pelo facto de pertencermos ao grupo ITT temos acesso ao conhecimento das necessidades e solicitações dos mais diversos mercados.
A experiência adquirida ajuda-nos pois a resolver os seus problemas e permite-nos oferecer-lhe o componente que V. precisa no momento exacto.

Exemplos de componentes ITT
são estes condensadores miniatura largamente utilizados pelos fabricantes de receptores de rádio e TV.
Utilizam essencialmente tântalo sólido, material normalmente reservado para componentes empregados em equipamentos profissionais.
Diâmetros de 3, 5 a 7,5 mm!
Tensões de 6 a 35 V
Capacidades de 0,1 a 50 microfarads

Para informações completas dirija-se a:
STANDARD ELÉCTRICA, S. A. R. L.
Divisão ITT de Vendas de Componentes
Av. da República, 60, 2.º-D.
Lisboa 1
Telef. 76 54 91

COMPONENTES

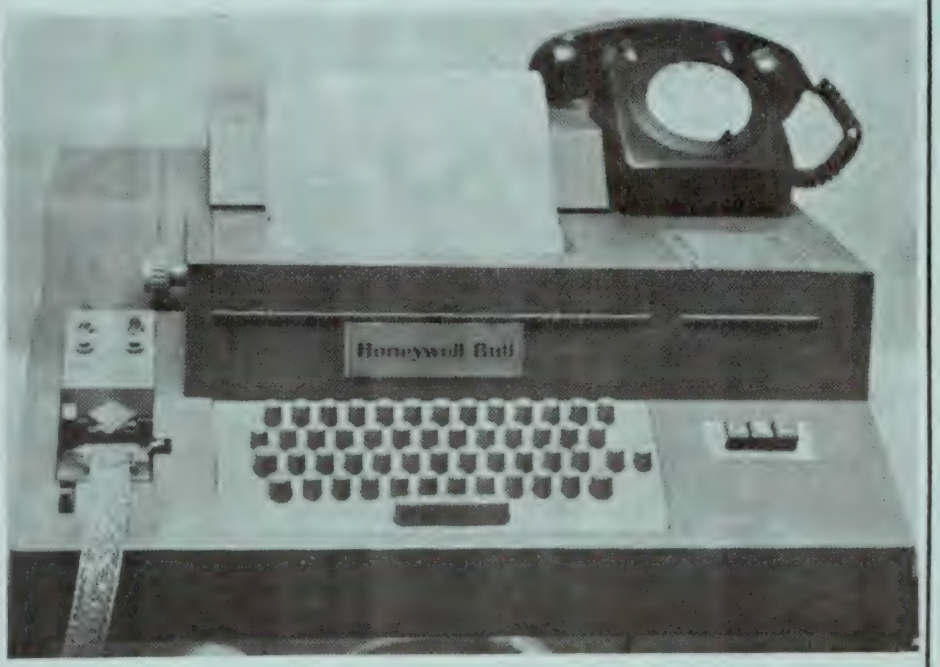
ITT

POR 10.000$00 MENSAIS GRAÇAS AO TIME·SHARING

PODERÁ DIALOGAR PELO TELEFONE COM UM POTENTE COMPUTADOR

O TIME-SHARING é o aluguer, simultâneo, de um computador, a dezenas de utilizadores. Qualquer deles pode utilizá-lo à medida das suas necessidades, como se fosse o único. E, sendo o tempo partilhado, o preço é também dividido.

Para utilizar o Time-Sharing basta dispor de um Terminal, um Telefone e uma Tomada.



Como utilizar o TIME-SHARING?

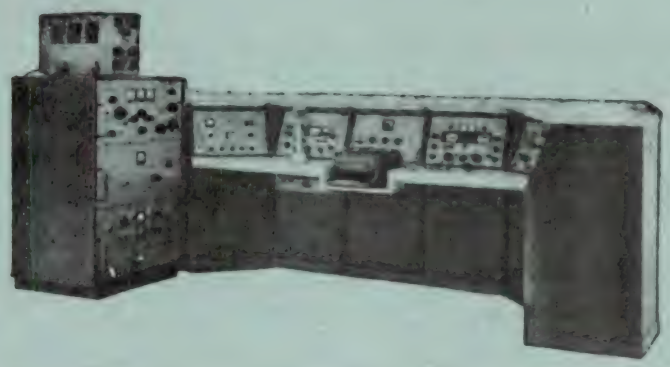
- chamar o computador pelo telefone
- transmitir o problema através do teclado do terminal
- a resposta do computador imprime-se automàticamente sobre o papel do terminal

TIME-SHARING: o computador ao alcance de qualquer pessoa, em qualquer local.

SOCIEDADE PORTUGUESA DE COMPUTADORES EM TEMPO DIVIDIDO

(TIME-SHARING), SARL.

Avenida 5 de Outubro, 95-3.º, - Telef. 769551



Comunicações

equipamentos
e sistemas completos

- Cuidadosamente projectados
- Amplamente experimentados
- Completamente integrados

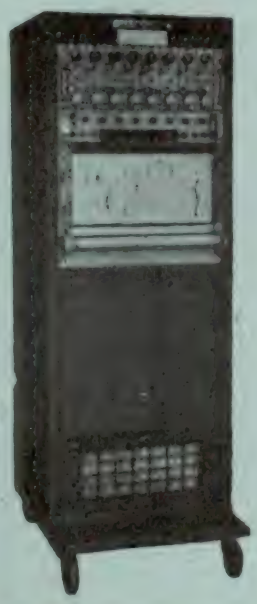
THE TECHNICAL MATERIEL CORPORATION

HEWLETT hp PACKARD

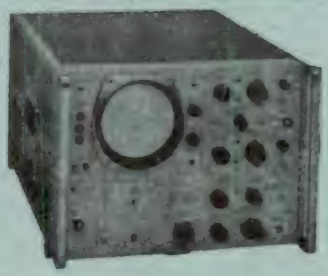
aparelhagem electrónica de medida e registo

Osciioscópios, Oscilógrafos, Voltímetros electrónicos, Geradores de sinal, Contadores electrónicos, Registadores digitais, Fontes de alimentação

Registador Sanborn



Registador digital Dymec



Osciloscópio HP

Contador Electrónico HP

TELECTRA EMPRESA TECNICA DE EQUIPAMENTOS ELECTRICOS, S.A.R.L.

SIEMENS

6170

Disjuntor Siemens de corrente de defeito

Protege pessoas e animais

- contra tensões de contacto excessivamente elevadas, em aparelhagem deficientemente isolada
- em casos de troca do condutor principal pelo condutor de protecção, ou ainda, troca entre o condutor de protecção e o neutro
- duma maneira geral, portanto, sempre que uma corrente perigosa passa, através do corpo de pessoas ou de animais, à terra

Garante

- grande protecção humana
- em caso de terra fraca, uma supersensibilidade **(dispara para correntes de defeito entre 15 e 30 mA segundo prescrições VDE 0100 e dentro de 30 ms)**
- elevado poder de corte
- longa duração, cerca de 20.000 manobras à corrente nominal

Aplica-se

como interruptor geral em habitações, hospitais, oficinas, fábricas, instalações provisórias, obras e em todos os casos em que haja elevado grau de humidade ou deficientes condições de isolamento.

Exponha os seus problemas especiais à secção técnica da
Siemens-Companhia de Electricidade, SARL
Av. Almirante Reis, 65-tel. 536921-Lisboa 1
R. das Carmelitas, 26-2.º - Tel. 28943 - Porto

O melhor sistema de protecção humana

técnica

NÚMERO 408 MAIO DE 1971 ANO XLVI VOLUME XXXIII PUBLICAÇAO MENSAL

C. D. U. 550.41 : 542.1/4 : 624.131.25

LABORATORY TEST ON CYCLIC «CLOSED CIRCUIT» PERCOLATION OF ROCKS (*)

by L. AIRES-BARROS & R. C. GRAÇA

Laboratório de Mineralogia e Petrologia
I. S. T. — Lisboa

RESUMO

Simula-se um maciço rochoso e um túnel em rocha, sujeitos a condições intermitentes de molhagem-secagem.

Primeiro submete-se o maciço ou túnel a uma percolação provocada por aspersão de um líquido a temperatura conhecida. Em seguida dá-se a circulação de uma corrente de ar quente a temperatura estabelecida. Por fim há um periodo de repouso. Este ciclo com três fases repete-se, automàticamente.

Ensaiaram-se simulações de maciços rochosos de sienito nefelínico e de basalto olivínico e um túnel em basalto olivínico.

Comparam-se os resultados obtidos ao fim de ensaios de 1000 ciclos.

SYNOPSIS

This laboratory test was intended to simulate either a rock mass or a tunnel in a rock, exposed to intermittent moistering-drying conditions.

The percolating liquid at a pre-established temperature which is maintained during the whole test, is pumped into the sample-holder. After sprinkling, an anthomatic cam system starts the circulation of a warm air current over the sample. During the third stage — rest — the sample is maintained under room pressure and temperature conditions.

As during the investigation, the various types of rocks were submitted to 1000 cycles, we obtained many valuable data on the effects of accelerate leaching.

I — LABORATORY TEST PROCEDURE

This type of test was intented to simulate either a rock mass or a tunnel in a rock, exposed to intermittent moistering — drying conditions (seasonal regime, actually).

Fig. 1 presents the diagram of the device designed for the test. The rock to be tested, a coarse-granulated rock, is subjected to percolation caused by sprinkling.

The percolating liquid (at first distilled water), at a pre-established temperature which is maintained during the whole test, is pumped into the sample-holder. The liquid penetrates the sample-holder through a rose, so that the sample («rock mass») is subjected to sprinkling («rain»). The percolating liquid is then carried back to the tub from which it had started, and will be used again in a later cycle.

As we can see, it is a closed circuit type percolation, as the water is only renewed when considered unsufficient to assure the perfect circulation in the pipes and through the sample.

The diagram in Fig. 1 illustrates the circuit covered by the water and the position occupied by the various devices designed to accomplish percolation (water heating and temperature-control

(*) This study was undertaken within a research project on «GEOCHEMISTRY OF ROCK EXPERIMENTAL ALTERATION», sponsored by the I.A.C. of the National Education Ministry.

Received May 16th, 1971.

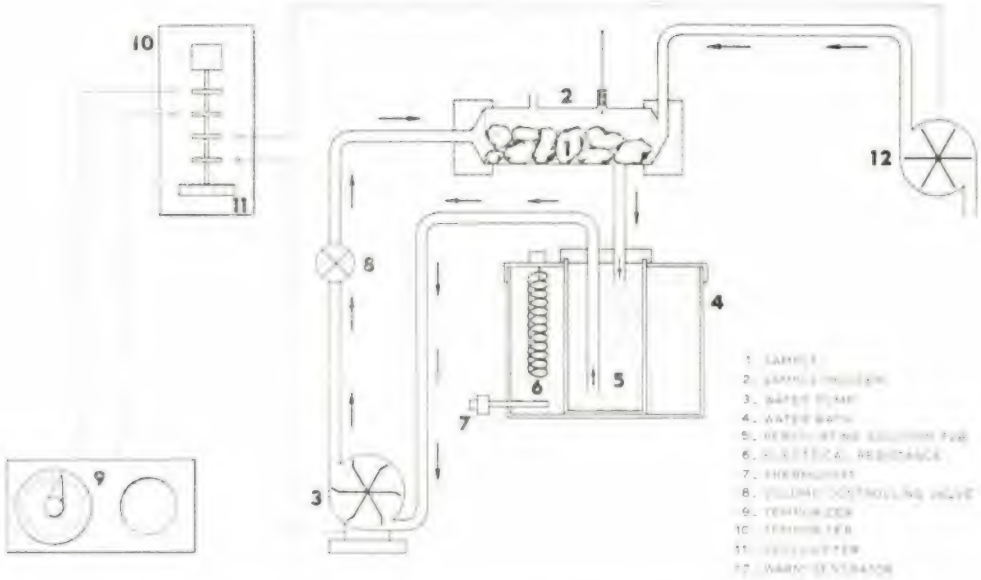


Fig. 1 — Diagram of the closed circuit percolator

system, water pump and volume controlling valve).

After sprinkling, an authomatic cam system starts the circulation of a warm air current over the «rock mass». This warm air current reaches the sample at 50° C. During the third stage — rest-

The system is authomatically controlled by means of temporizers (see diagram on Fig. 2). The automation system consist of two temporizing units. There is one temporizer which allows temporization from one second up to 48 hours

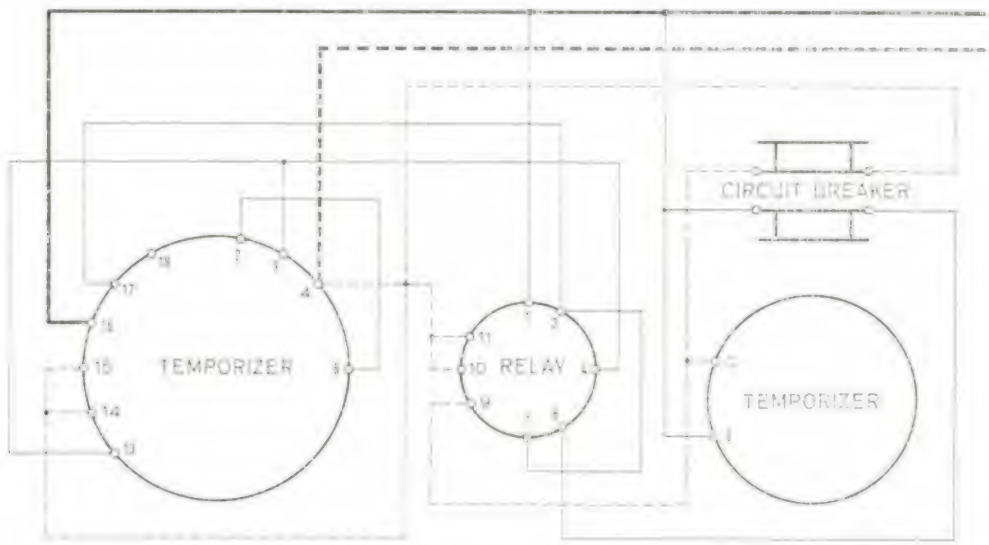


Fig. 2 — Diagram of the electrical connections

the «rock mass» is maintained under room pressure and temperature conditions.

Each three-stage cycle is followed by another three-stage cycle-water percolation, warm air circulation and rest. The cycles are authomatically computed.

maximum and one cam system temporizer. The first temporizer controls a pumping device which propels a small, corrosive-liquids-proof centrifuge pump for a pre-determined period of time. This pump was meant to start the circulation of the percolating liquid through the sample-holder-

After percolation, this same temporizer sets in motion the cam system temporizer, which controls the air heating system, the warm air being produce by a ventilation system which contains an electrical resistance prepared to bring the air up to the desired temperature. This cam system temporizer controls also the rest stage, and once a cycle is finished (water circulation, rest) it sets the first temporizer in motion and a new cycle begins.

As we have already said, the percolating liquid must be periodically renewed, because of losses caused by evaporation. The percolating liquid is renewed whenever it reaches a given level considered as unsufficient for the full leaching of the «rock mass».

As during the investigation, the various types of rocks were submitted to 1000 cycles, we obtained many valuable data on the effects of accelerate leaching. The sample was analysed before the test (for definition of density, chemical analysis, micropetrographical characteristics), and again when the test was over.

The next chapter will tell a bit more about the rocks which have been tested (nepheline syenite of Monchique and olivine basalt of the Lisbon region).

This test, roughly described above, can be transformed into an artificial percolation through a «tunnel» in a rock. In this case, we used 44 mm diameter test tubes of rocks in which a «tunnel», with 13 mm diameter and 113 cm^2 side area, was drilled. Through this «tunnel» operated, in continuous stages, percolation, warm air insufflation and rest. In a similar way, the percolating liquids were also systematically analysed. After the test (1000 cycles) we proceed to the mineralogic--petrographical analysis of the walls of the simulated «tunnel».

II — RESULTS

II.1 Nepheline syenite

Nepheline syenite is an undersaturated rock, sodic-alkali-silicates-rich (nepheline, albite-oligoclase and aegirine). A marked mobilization of the alkalies, especially soda was therefore to be expected.

From Table I, Fig. 3 was worked out, and the following conclusions derived:

a) The proportion of mobilized Na_2O was higher than the proportions of any other leached material. This Na_2O was produced either by nepheline, or by albite, or else by aegirine.

b) We must stress that, in heeping with the mineralogical and chemical composition of the rock, the proportion of mobilized Na_2O was about three times higher than the proportion of mobilized Ca O, and four times higher than the proportion of mobilized K_2O. (*Table I*).

TABLE I

Nepheline syenite

Granulate

Cycles	SiO_2 $\% \times 10^3$	Ca O $\% \times 10^3$	Na_2O $\% \times 10^3$	K_2O $\% \times 10^3$	Fe_2O_3 $\% \times 10^3$
25	—	0,279	3,420	1,125	—
29	—	0,315	3,627	1,877	—
52	—	0,688	3,906	2,629	—
77	—	0,960	4,321	2,700	—
111	0,322	2,149	5,589	2,900	0,064
161	0,644	2,708	6,011	3,021	0,099
178	0,931	3,115	6,362	3,031	0,145
373	1,253	3,258	8,197	3,310	0,145
500	1,253	4,835	13,695	3,783	0,790
655	1,360	5,435	14,651	3,914	0,790
800	1,360	5,518	15,792	4,155	0,790
845	1,360	5,963	17,129	4,308	1,159
1000	1,360	6 374	17,767	4,328	1,521

c) The high proportion of mobilized Ca O was due, not only to feldspars, but also to sphene or dolomite (of secondary genesis), also present in the rock.

d) K_2O was produced by sodic-potassium feldspars.

e) The mobilized iron was produced by the mafic minerals present in the rock (aegirine, titanite and magnetite).

f) While the intersticial cations migrated easily (Na^+, K^+, Ca^{2+}, Fe^{2+}, Mg^{2+}), silica remained in the structural lattice of the silicates, and therefore its mobilization rate was low.

II.2 Olivine basalt

Olivine basalt is also an undersaturated rock, but a calk-alkaline one, rich in mafic minerals (augite and olivine) and also magnetite-rich. For

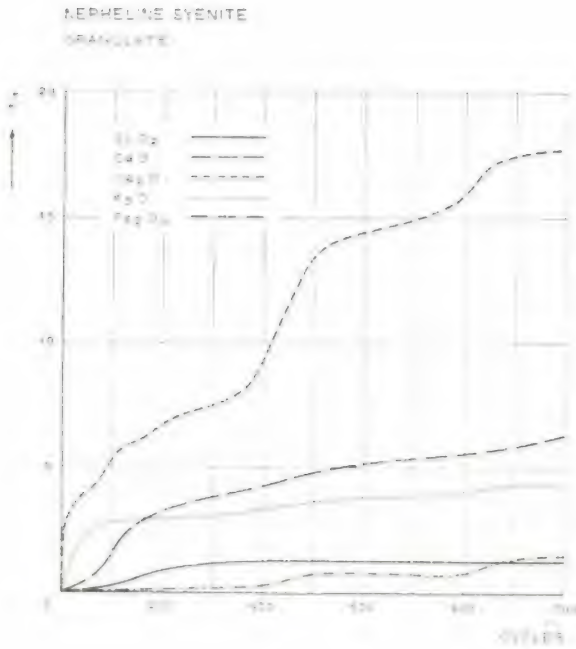


Fig. 3

olivine basalt the investigation was made on granulated rocks, and into a cylindric «tunnel». Therefore, it will be most useful to examine Table II together with Table III.

TABLE II

Olivine basalt

Granulate

Cycles	SiO_2 $\% \times 10^3$	CaO $\% \times 10^3$	Na_2O $\% \times 10^3$	K_2O $\% \times 10^3$	Fe_2O_3 $\% \times 10^3$
122	0,2	0,6	5,1	1,2	1,1
199	3,6	1,1	7,5	2,1	5,0
285	4,5	1,6	8,9	2,5	5,9
363	5,0	3,9	10,1	3,2	7,7
463	5,1	5,6	12,5	4,2	10,6
516	5,7	6,1	13,2	4,9	12,2
591	6,4	6,4	14,4	5,4	14,7
652	6,5	7,5	15,0	5,8	15,7
717	6,9	9,3	16,6	6,2	20,9
775	7,5	10,5	16,9	6,4	21,5
833	7,6	11,5	17,4	6,5	23,5
891	7,8	13,3	17,8	6,7	23,5
941	9,2	16,0	18,2	6,9	25,3
1000	9,4	17,9	18,5	7,1	32,3

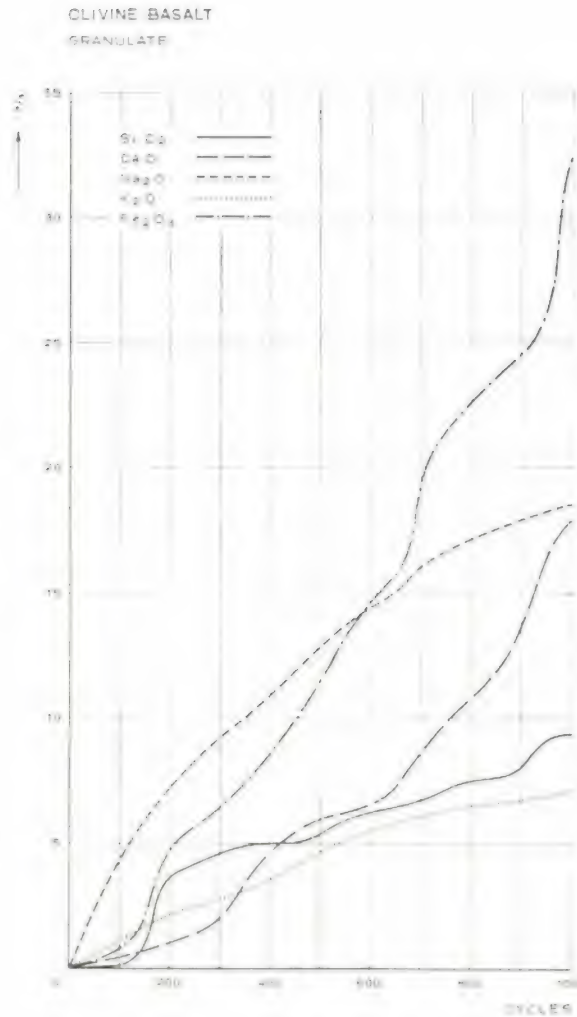


Fig. 4

TABLE III

Olivine basalt

Cylindric tunnel

Proportions as compared to percolation surface

Cycles	SiO_2 $\% \times 10^3$	CaO $\% \times 10^3$	Na_2O $\% \times 10^3$	K_2O $\% \times 10^3$	Fe_2O_3 $\% \times 10^3$
21	1,8	2,2	0,8	0,4	0,9
87	1,8	3,3	1,9	1,2	4,5
140	1,8	3,6	2,4	1,5	5,6
174	3,8	11,0	8,6	3,6	10,9
310	5,8	13,9	11,5	4,8	12,5
438	7,3	25,1	15,8	6,7	15,2
566	7,6	32,2	19,8	8,6	20,0
665	9,2	35,8	20,9	9,0	23,2
729	15,0	37,8	22,0	9,7	24,4
789	16,4	40,5	22,7	10,1	25,6
841	16,8	45,0	23,1	10,5	27,7
1000	17,1	49,9	24,3	11,7	29,8

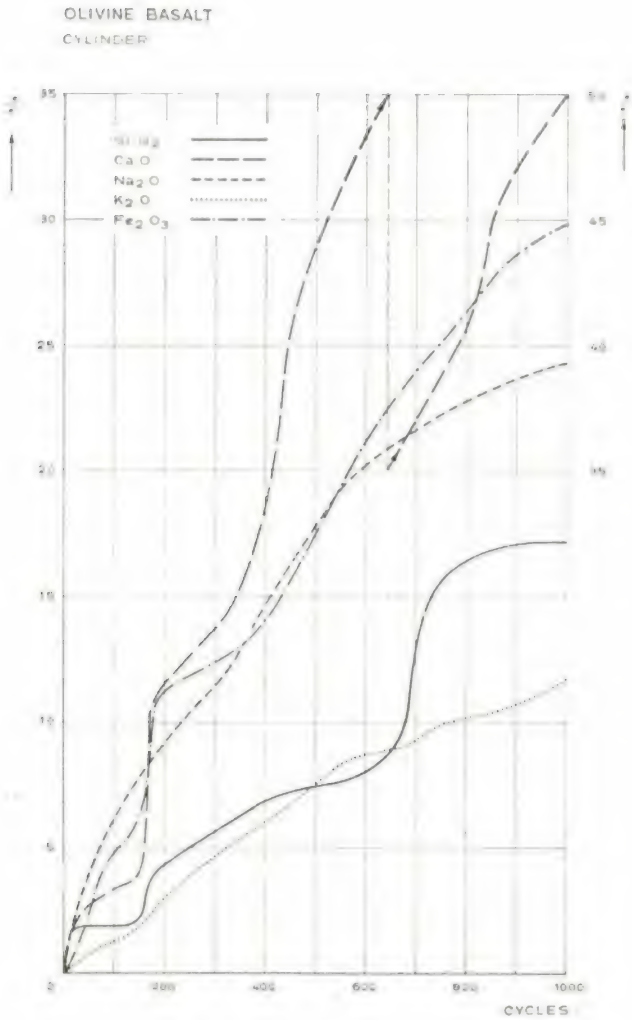


Fig. 5

a) Notice that leaching was higher for the percolation accomplished in the «tunnel» than for the percolation accomplished on the granulate. Percolation in the «tunnel» was accomplished under pressure, causing the removal of larger quantities of material, and this may explain the fact. Besides, despite the 16 mm thickness of the «tunnel», the temperature around its external wall, when the percolation (both liquid and air) took place, reached 10 to 15° C over room temperature. Moreover, the external walls of the «tunnel» presented occasional fine liquid exudation.

b) Apart from the figure for Fe_2O_3, which was similar in both «tunnel» and granulate, the leaching figures for the «tunnel» were between about 1.5 and 3 higher than for the granulate.

c) In general, Ca O leaching is higher than K_2O and Na_2O leaching; we think this happens because the rock is calk-sodic-plagioclasses-rich. For the same reason the figure for mobilized Na_2O was twice the figure for leached K_2O.

d) The quantity of Fe_2O_3 supplied is understandable, as olivine basalt is rich in mafic minerals.

The findings for olivine basalt prove that the percolation was much stronger in the cylindric «tunnel» than on the granulate. To this has surely contributed the persistant artificial leaching in the «tunnel», in which the walls «sweat», denouncing a deep penetration of the percolating liquid.

In general, the figures concerning the mobilized material in the «tunnel» were about two or three times higher than on the granulate. The only exception to this rule was Fe_2O_3. It happens that basalt is very rich in magnetite microlites which are homogeneously distributed all over the rock mesostasis. That explains why the figures for leached Fe_2O_3 were similar on both occasions. On the contrary, feldspars, suppliers of Ca O, Na_2O and K_2O, are irregulary distributed. These minerals may occur either in microlites or in phenocrysts, and the phenocrysts expose to leaching a smaller surface per volume unit, and this explains its low removal as the water penetrates as softly as rain in the granulate; the same cannot be said for the artificial penetration in the «tunnel».

In short, whenever a mineral occurs in a diffused and regular distribution and in small crystalls, exposing to leaching a large surface per volume unit (usually in fine-grained rocks), it looses larger quantities of its contents than the same mineral occuring in large cristals and irregular distribution. In the granulate, the liquid goes softly through, thus leaching the microlites in the perphery of the fragments, but it does not reach the core of the fragments. In the «tunnel», with «sweating» external walls, the liquid, at a high temperature, goes deep into the fragment, being therefore of an extreme agressivity.

II.3 Comparison between nepheline syenite and olivine basalt

To compare the behaviour of these two granulated rocks, we simulated rock mass under warm «rain» conditions alterning with intense dryness conditions, and Table IV was worked

out. This Table indicates not only the main oxides in the sound rocks, but also the proportion of leached oxids after 1000 cycles.

TABLE IV

Nepheline syenite (Monchique)			Olivine basalt (Lisbon)	
Sound rock %		Leached product (1000 cyc.) % × 10^3	Sound rock %	Leached product (1000 cyc.) % × 10^3
SiO_2	54,36	2,5	42,13	22,3
Fe_2O_3	2,57	59,2	12,13	266,3
CaO	1,74	366,3	10,57	169,3
Na_2O	9,02	197,0	2,29	807,9
K_2O	7,20	60,1	0,77	922,1

From Table IV some conclusions may be derived:

a) Olivine basalt, which has a lower content of silica as compared to nepheline syenite, exports nine times the silica exported by nepheline syenite.

b) Olivine basalt, poorer in alcalies than nepheline syenite, exports about four times more Na_2O and fifteen times more K_2O than the latter.

c) Though olivine basalt has higher contents of CaO than nepheline syenite, this one exports about twice the lime exported by olivine basalt.

d) The total sum for iron mobilized by olivine basalt is five times higher than the sum exported by nepheline syenite.

The explanation for these facts apparently discordant, is that the feldsparts in the basalt are more basic and aluminous than the feldsparts in nepheline syenite, and therefore liberate more easily and readily their intersticial cations (Na^+, K^+, Ca^{2+}). Thus, the leaching of the cations disturbs the equilibrium of the structural network, which collapses simultaneously liberating silicon.

It is therefore proved that the basic rocks, basalt for instance, mobilize a larger quantity of intersticial cations or even sillica as compared to alkaline rocks, which are richer both in alkalies and silica.

The figures for CaO are different, as nepheline syenite is a better supplier of lime than basalt. The petrographical analysis shows that nepheline syenite contains secondary dolomite. This explains the high figure for CaO exported by nepheline syenite.

Being rich in mafic minerals, olivine basalt was, of course, a better supplier of iron as compared to nepheline syenite, which has poor contents of these minerals.

MAGUE

Guindaste Flutuante Diesel-Eléctrico de 45tx21m/20tx40m fornecido ao Ministério das Obras Públicas da Grécia e em serviço no Porto do Piréu.

PONTES ROLANTES, GUINDASTES E APAR. DE ELEVAÇÃO ESPECIAIS — *Projecto e fabrico*

TURBINAS HIDRÁULICAS — *Fabrico segundo licença de A. C. M. de Vevey, S. A.*

TURBINAS A VAPOR — *Fabrico segundo licença de Brown Boveri, Cie.*

CALDEIRAS A VAPOR — *Projecto e fabrico segundo licença de Foster Wheeler, Co.*

EQUIPAMENTOS E INSTALAÇÕES INDUSTRIAIS

CONSTRUÇÕES METALOMECANICAS **MAGUE** S.A.R.L.

ALVERCA DO RIBATEJO — PORTUGAL

A utilização de betão pronto impôs-se
ao dono da obra,
ao técnico responsável
e ao empreiteiro
porque garante qualidade,
rapidez e economia
em relação
a um betão fabricado em estaleiro.

Consulte-nos.

Os nossos serviços técnicos
e comerciais
terão o maior prazer em prestar
todo o apoio
e colaboração
que nos forem solicitados.

UMA NOVA MARCA
DE BETÃO PRONTO

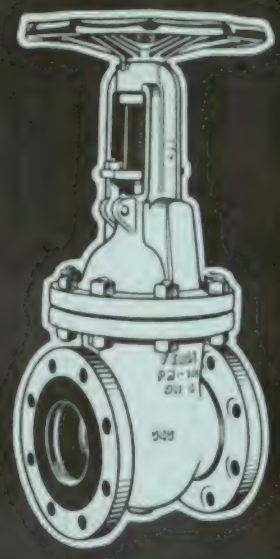
JOMATEL

TECNICA XIV

SP SUIÇO-PORTUGUÊS | 286/439/A1

VÁLVULAS

de cunha,
retenção, regulação
e passagem



Segundo normas DIN e ASA,
para líquidos, vapores e gases
(incluindo Cl, NH_3 e SO_2).
Execução em ferro fundido, aço
vazado, aço inoxidável
e ligas especiais.
Diâmetros nominais de 10 a 600mm.
Pressões nominais de 4 a 40 kg./cm².

ESTUDOS • PROJECTOS
ORÇAMENTOS
ASSISTÊNCIA TÉCNICA

SOCIEDADE PORTUGUESA DE VÁLVULAS, L.DA

Rua da Academia das Ciências, n.º 5,
Lisboa-2 – Telefone P.P.C.A. 320011.

C. D. U. 621.3 : 517.512.2 : 517.63

NOTA SOBRE A APLICAÇÃO DAS TRANSFORMADAS DE FOURIER E DE LAPLACE AOS CIRCUITOS*

por J. P. FIGANIER
Prof. Aux. I.S.T.
Bolseiro I.A.C.

RESUMO

Pretende este artigo esclarecer algumas dúvidas suscitadas pelos estudantes quanto à aplicação aos circuitos das transformadas de Laplace e Fourier.

SYNOPSIS

This article is intented to clear up some doubts about the circuit applications of the Laplace and Fourier transforms.

1 — INTRODUÇÃO

Entre os estudantes a quem foram apresentadas as Transformadas de Fourier e de Laplace é frequente aparecer a seguinte dúvida: na aplicação destas transformadas a circuitos, em que circunstâncias é mais aconselhável a utilização duma ou de outra; a semelhança entre as duas transformadas justifica esta hesitação. Na presente nota, a publicar numa revista de estudantes, faz-se uma revisão do assunto, tentando responder, pelo menos parcialmente, àquela interrogação.

2 — A TRANSFORMADA DE FOURIER E A SUA INTERPRETAÇÃO EM TERMOS DO ESPAÇO TEMPO-FREQUÊNCIA

Vai-se usar aqui a seguinte definição de Transformada de Fourier (TF)

$$(1) \qquad TF\,[f(t)] = F(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

Do ponto de vista dos circuitos f(t) representará a descrição ao longo do tempo duma grandeza intensiva mensurável e será portanto uma função real da variável real t. Nestas condições e se a idealização do problema admitir que

$$(2) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\, dt < \infty$$

então $F(\omega)$ é uma função (complexa) limitada e contínua sobre todo o eixo real da variável ω e $|F(\omega)| \to 0$ quando $|\omega| \to \infty$ [1]. Juntando ainda o facto de que por ser f(t) real se tem $F(-\omega) = F^*(\omega)$ vê-se que a TF permite passar duma representação no tempo, com $t \in (-\infty, +\infty)$, para uma representação na frequência angular $\omega = 2\pi f$ em que a frequência f é uma grandeza real e positiva.

Por outro lado, se a função f(t) acima considerada for ainda uma função seccionalmente contínua, com um número finito de discontinuidades de 1.ª espécie em cada intervalo finito, mostra-se [1] que se lhe pode dar a seguinte representação em cada ponto t:

$$(3) \qquad \frac{1}{2}\,[f(t+0) + f(t-0)] = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

em que $F(\omega)$ é a TF definida em (1) e

$$f(a \pm 0) = \lim_{t \to a \begin{cases} t > a \\ t < a \end{cases}} f(t)$$

A expressão (3) pode ser considerada a operação inversa de (1) e pode além disso servir de base para a seguinte interpretação: em cada instante t (excepto eventualmente nas suas discontinuidades) a função f(t) pode ser sintetizada à custa duma sobreposição de sinusoides de frequência ω e amplitude $F(\omega)\, d\omega$ em que $F(\omega)$ é uma densidade (complexa); estende-se

* Artigo recebido na redacção em 5/5 71

assim a funções não periódicas um resultado já conhecido para as funções periódicas (Série de Fourier). Determinar $F(\omega)$ por (1) corresponderá portanto a fazer a análise espectral de $f(t)$ enquanto que por (3) se faz a síntese da função a partir da sua densidade espectral. Note-se que no presente contexto não têm representação espectral certas funções que correspondem a idealizações simples e naturais; é o caso da função de Heaviside (representando o estabelecimento duma corrente contínua) e o das funções da forma $f(t+T)=f(t)$ para qualquer valor de $t \in (0, \infty)$ — em ambos os casos não se verifica a condição (2), sendo $|f(t)| \neq 0$ (mas limitado) quando $t \to \infty$ (*).

3 — APLICAÇÃO DA TF AOS CIRCUITOS

Passa-se agora à aplicação da TF aos circuitos: só se consideram aqui circuitos lineares (para os quais é válido o princípio da sobreposição) e invariantes no tempo (invariantes sob uma translação em t). Nestas condições pode-se simplificar muito esta discussão sem diminuir a generalidade das conclusões considerando apenas quadripolos desprovidos de qualquer fonte independente, em que um par de terminais (saída) está numa situação de carga passiva (isto é, que até qualquer instante t absorveu pelo menos tanta energia quanto a que devolveu) mas arbitrária, e em que se liga ao outro par de terminais (entrada) uma fonte independente; a aplicação sucessiva do teorema de Thévenin (ou do de Norton) permite reduzir a esta situação qualquer circuito linear com várias fontes independentes, enquanto que a sobreposição permite sintetizar em qualquer dos ramos do circuito o efeito das várias fontes conhecido o efeito nesse ramo de cada uma delas. Ao conjunto quadripolo + carga dá-se aqui a designação de sistema.

Tendo estabelecido esta situação, pode-se agora fazer uma experiência: tome-se para fonte um gerador sinusoidal, isto é, impondo na entrada uma grandeza intensiva (tensão ou corrente) dada por

$$a_e = A_e\, e^{j\omega t} \qquad t \in (-\infty + \infty)$$

em que

A_e: constante complexa (amplitude complexa)
$\omega = 2\pi f$: número real positivo (frequência angular)

Sendo o circuito linear e invariante no tempo observa-se que qualquer das grandezas intensivas na carga exibe aquela mesma forma de variação no tempo, com a mesma frequência mas de amplitude complexa em geral diferente ou seja

$$a_s = A_s\, e^{j\omega t}$$

Entre as duas amplitudes complexas, A_e da excitação e A_s da resposta existe uma relação imposta pelo sistema:

$$T(\omega) = \frac{A_s}{A_e} \tag{4}$$

tendo-se explicitado que essa relação é em geral função da frequência. Por outro lado está implícito nesta definição que $t \in (-\infty, +\infty)$ através da definição da fonte, o que implica que o circuito manteve permanentemente a sua estrutura.

Pode-se agora utilizar a interpretação dada a (3) em termos da síntese da função por meio de funções sinusoidais para obter a resposta $f_s(t)$ do sistema a uma excitação imposta $f_e(t)$. Assim ter-se-á

$$f_s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} T(\omega)\, F_e(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega \tag{5}$$

em que

$$F_e(\omega) = TF\,[f_e(t)]$$

O integral (5) existe se $T(\omega)$ for limitado, ou seja, $|T(\omega)| \leqslant M$, visto que sendo assim se tem

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} T(\omega)\, F_e(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega \right| \leqslant M \left| \int_{-\infty}^{\infty} F_e(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega \right| = M\,|f_e(t)|$$

(*) Por vezes atribui-se uma descrição espectral a estas funções, calculada por meio duma passagem ao limite a partir de funções obedecendo à condição (2); os espectros assim obtidos exibem polos sobre o eixo real e a sua inversão deve ser feita intentando o caminho de integração usado em (3) de modo a deixar os polos no semi-plano superior no plano ω complexo — o que equivale a usar um caminho de integração como o descrito no parágrafo 4, com $c > 0$.

Admita-se agora que a resposta g (t) do sistema à função de Dirac satisfaz à condição

$$(6) \qquad \int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|\, dt < \infty$$

Existe então uma decomposição espectral de g (t) em sinusoides de frequências reais. Para a obter recorre-se a (5) sabendo que a $TF[\delta(t)] = 1/2\pi$; vem

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} T(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

e por comparação com (3) obtém-se

$$TF[g(t)] = \frac{1}{2\pi} T(\omega)$$

A condição (6) garante que $T(\omega)$ é limitado e portanto a existência de (5) para qualquer excitação $f_e(t)$.

Tanto g (t) como $T(\omega)$ — que se vai designar por função de transferência (FT) — são características do sistema (quadripolo + carga).

Pode-se agora concluir sobre a aplicação da TF a circuitos: parte-se dum sistema linear e invariante no tempo, imutável em $t \in (-\infty, +\infty)$ e ainda para o qual se verifica a condição (6). Está-se então em condições de definir uma FT que se determina pelo cociente das amplitudes complexas de sinais sinusoidais; essa FT é contínua e limitada sobre o eixo ω real. Formou-se deste modo do ponto de vista teórico uma base para o estudo das transformações sofridas pelos sinais através de sistemas em que se utilizam as características de frequência duns e doutros — um exemplo típico é o dos filtros cuja FT é dimensionada de modo a aceitar ou a rejeitar determinados sinais definidos pelo seu espectro. Por outro lado a própria definição (4) serve de base para a determinação experimental da FT: o sistema é excitado por meio dum gerador dando origem a um sinal «sinusoidal» cuja frequência é definida tanto mais precisamente quanto mais longo for o tempo de observação — trata-se na realidade dum procedimento universalmente adoptado.

4 — TRANSFORMADA DE FOURIER UNILATERAL

Passar-se-ia agora a considerar a transformada de Laplace (TL), definida por

$$TL[f(t)] = \int_{0}^{\infty} f(t)\, e^{-pt}\, dt$$

É no entanto mais conveniente aqui lidar com a transformada de Fourier unilateral (TFU) definida por

$$(7) \quad TFU[f(t)] = F^{+}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

e que difere portanto da TL pela constante multiplicativa $1/2\pi$ e por se ter feito $p = j\omega$; com esta mudança não se altera as conclusões a que se pretende chegar e por outro lado facilita-se a comparação com a TF.

Acentua-se em 1.º lugar que $F^{+}(\omega)$ é determinado pelo conhecimento de f (t) em $t \in (0, \infty)$; este facto implica o conhecimento de valores iniciais para o cálculo da TFU da derivada e do integral de f (t).

Por outro lado a condição (2) de integrabilidade absoluta de f (t) é relaxada, passando-se só a pedir a integrabilidade absoluta de f (t) em qualquer intervalo finito e que seja

$$f(t) = 0\ (e^{at})$$

$(a > 0)$ quanto $t \to \infty$; $F^{+}(\omega)$ é então analítica no semi-plano [2]

$$\mathrm{Img}\,[\omega] < -a$$

e é limitada e contínua sobre a linha $\mathrm{Img}\,[\omega] = -a$.

Para inverter esta transformada recorre-se a uma função $u(t) = f(t)\, e^{-ct}$, com $c > a$, tendo-se arbitrado que $f(t) = 0$ em $t < 0$; é agora aplicável a esta nova função o integral de inversão (5), vindo então

$$(7) \qquad f(t) = \int_{-\infty - jc}^{\infty - jc} F^{+}(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

em que a condição $c > a$ garante que o caminho de integração existe na região de analiticidade de $F^{+}(\omega)$.

É evidente que nestas condições se perde a interpretação dada acima à TF de consistir na análise de f(t) em funções sinusoidais de frequência real. Em compensação alargou-se a classe de funções para as quais é aplicável este tipo de transformada: é de esperar que também se tenha alargado a classe de sistemas (no sentido aqui usado) que a transformada pode tratar.

5 — APLICAÇÃO DA TFU AOS CIRCUITOS

Na aplicação da TFU a um sistema (quadripolo + carga) linear admite-se que cada uma das grandezas intensivas intervenientes no sistema tem TFU; utilizando então a linearidade da transformada obtém-se, por eliminação das outras grandezas que não interessam ao problema, uma expressão a que se pode dar a forma

$$(9) \qquad F_s^+(\omega) = \theta(\omega) F_e^+(\omega) + \theta(\omega) I(\omega)$$

em que $F_e^+(\omega)$ é a TFU da função de excitação $f_e(t)$, $F_s^+(\omega)$ é a TFU admitida para a resposta $f_s(t)$, $\theta(\omega)$ é uma função do sistema e $I(\omega)$ é uma função linear das condições iniciais que surgem ao calcular-se as TFU das derivadas e integrais das várias grandezas intensivas no quadripolo; pode-se mostrar que esta última função é nula no caso do sistema estar em «repouso», isto é, na ausência de actividade energética no sistema anterior à aplicação do sinal de excitação (implicando valores iniciais nulos) — note-se que esta situação em alguns casos pode ser irrealizável na prática em virtude da inevitável presença de fontes de ruído que tenderão a manter a actividade energética independentemente de qualquer excitação exterior.

Fazendo agora uso de (8) vem

$$(10) \quad f_s(t) = \int_{-\infty - jc}^{\infty - jc} [\theta(\omega) F_e^+(\omega) + \theta(\omega) I(\omega)] e^{j\omega t} d\omega$$

em que c é escolhido de modo que o percurso de integração passe abaixo de todas as singularidades da função integranda.

Para poder interpretar $\theta(\omega)$ vai-se considerar o caso em que o sistema está em repouso e portanto $I(\omega) = 0$ e admite-se que a excitação é feita por meio duma função de Dirac no instante t_0; neste caso $F_e^+(\omega) = \frac{1}{2\pi} e^{j\omega t_0}$, $f_s(t) = g(t)$, vindo

$$g(t - t_0) = \int_{-\infty - jc}^{\infty - jc} \theta(\omega) \frac{1}{2\pi} e^{j\omega t_0} e^{+j\omega t} d\omega$$

Admitindo ainda que a função do sistema $\theta(\omega)$ não tem singularidades em $\mathrm{Img}[\omega] \leqslant 0$ e que portanto se pode fazer $c = 0$, a comparação com idêntica situação para a TF mostra que nestas condições $\theta(\omega) = T(\omega)$.

No entanto do ponto de vista da TFU é admissível que $\theta(\omega)$ tenha singularidades em $\mathrm{Img}[\omega] \leqslant 0$ (a distância finita) e que g(t) possa não ser absolutamente integrável em todo o intervalo $(0, \infty)$; por exemplo, a existência dum par de polos situado em $\omega = \pm \omega_0 - ja$ $(a > 0)$ conduz a uma resposta g(t) da forma

$$k\, e^{at} \cos \omega_0 t \qquad\qquad k = \text{constante}$$

que òbviamente não satisfaz a (6) — mas que é de ordem exponencial quando $t \to \infty$. É de resto possível demonstrar que a resposta dum sistema a uma excitação de amplitude limitada ($|f_e(t)| \leqslant M$ com M finito) é também de amplitude limitada se e só se for observada a condição (6) para g(t) ([3], pag. 670); nestas condições diz-se que o sistema é «estável» pelo critério acabado de enunciar.

Verifica-se assim que a TF tal como foi considerada nos parágrafos anteriores terá a sua aplicação restringida a sistemas lineares estáveis enquanto que a TFU é ainda aplicável a sistemas que poderão não ser estáveis.

Finalmente, como consequência imediata do facto de só se considerar $t > 0$ na definição da TFU, observa-se que esta transformada está particularmente bem adaptada ao caso em que se pretende determinar a resposta dum circuito que de algum modo é bruscamente alterado no instante $t = 0$ — dão-se dois exemplos na figura junta. Para a aplicação da TFU só interessa a forma que o circuito assume para $t > 0$, exprimindo-se como condições iniciais o estado em $t = +0$ resultante da energia que, por um mecanismo que não é necessário especificar, se tenha acumulado prèviamente (em $t < 0$) nos elementos reactivos. Uma situação destas pode ser estu-

dada utilizando a TF desde que se suponha que o circuito se manteve desde $t = -\infty$ com a forma que assumiu em $t = +0$ e se especifique as fon-

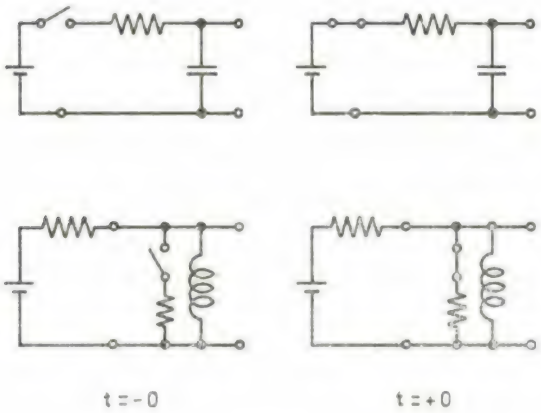


Fig. 1

tes de modo a ter $f_e(t) = 0$ para $t < 0$ — nos exemplos da figura a bateria seria substituída por uma fonte dando origem a uma função de Heaviside (*). No entanto seria necessário que o circuito estivesse inicialmente em repouso ou então que fosse especificado o mecanismo pelo qual a situação observada em $t = +0$ tinha sido atingida.

6 — REALIZABILIDADE FÍSICA

Faz-se agora referência a um critério mencionado muitas vezes quando é tratada a aplicação da TF a circuitos.

Considera-se então uma função $f(t)$ que se admite satisfazer a (2) e prolonga-se a sua TF para fora do eixo ω real; para isso faz-se:

$$F(\omega) = F^{+}(\omega) + F^{-}(\omega)$$

com

$$F^{+}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

$$F^{-}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{0} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

Desde que $f(t)$ satisfaça a (2) será [2]

$F^{+}(\omega)$ e $F^{-}(\omega)$ contínuo e limitado sobre o eixo real

$F^{+}(\omega)$ analítico em $\mathrm{Img}[\omega] < 0$ e $|F^{+}(\omega)| \to 0$ quando $|\omega| \to \infty$ em $\mathrm{Img}[\omega] \leqslant 0$

$F^{-}(\omega)$ analítico em $\mathrm{Img}[\omega] > 0$ e $|F^{-}(\omega)| \to 0$ quando $|\omega| \to \infty$ em $\mathrm{Img}[\omega] \geqslant 0$

Mas se

$$f(t) = 0 \quad \text{em } t < 0$$

vem

$$F(\omega) = F^{+}(\omega)$$

e portanto será $F(\omega)$ analítico em $\mathrm{Img}[\omega] < 0$ além de contínuo e limitado sobre o eixo real.

Aplica-se este resultado a um sistema que satisfaça a (6), relembrando que é então

$$\frac{1}{2\pi}\, T(\omega) = \mathrm{TF}[g(t)]$$

Verifica-se que se para este sistema for $g(t) = 0$ em $t < 0$ será $T(\omega)$ analítico em $\mathrm{Img}[\omega] < 0$. Recìprocamente, se $T(\omega)$ for analítico em $\mathrm{Img}[\omega] < 0$ e ainda $|T(\omega)| \to 0$ quando $|\omega| \to \infty$ será $g(t) = 0$ para $t < 0$, como o mostra a aplicação do teorema de Cauchy ao contorno representado na figura junta.

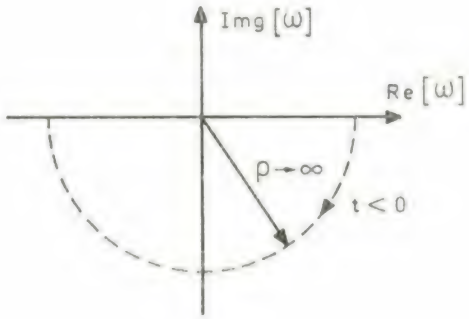


Fig. 2

Este resultado caracteriza o sistema, visto que envolve as suas funções características $T(\omega)$ e $g(t)$ e é tido usualmente por traduzir a «realizabilidade física» do sistema no sentido de que o sistema satisfaz ao princípio da causalidade: a resposta $g(t)$ à função de Dirac aplicada em $t = 0$ só toma valor diferente de zero em $t > 0$. O mesmo é ainda verdade para a resposta a qualquer outra forma de exitação iniciando-se em $t = 0$ — como se infere de (5).

(*) Ver a nota da página 424.

A ausência de singularidades de $T(\omega)$ em $\mathrm{Img}\,[\omega] < 0$ constitui portanto um teste elementar de realizabilidade física que eventualmente se pode tornar útil em problemas de síntese de circuitos a partir de propriedades desejáveis: um exemplo quasi trivial é o da inversão de filtros que não é realizável se, como é evidente por este critério, a FT do filtro a inverter exibir zeros em $\mathrm{Img}\,[\omega] < 0$.

Acentua-se no entanto que este resultado foi obtido tendo em mente sistemas satisfazendo a (6), pelo que se excluem deste critério os sistemas instáveis (que precisamente não verificam (6), como se mencionou no § 5). Na realidade estes últimos sistemas são fìsicamente realizáveis no sentido de satisfazerem à causalidade, visto que só iniciam a sua actividade após a acção duma percussão inicial, ainda que depois a sua evolução acabe por se tornar independente dessa percussão. As próprias condições iniciais podem fazer o papel da percussão inicial, como é evidente de (10), mas este caso ainda pode ser interpretado como não violando a causalidade. Por outro lado, não é possível estabelecer por meio da TFU um critério de realizabilidade física como se fez com base na TF visto que a escolha da constante c em (10) é feita de modo a deixar em $\mathrm{Img}\,[\omega] > -c$ todas as singularidades do integrando.

Convém ainda notar que se pode mostrar para os sistemas de parâmetros concentrados em que as singularidades de $\theta(\omega)$ se limitam a polos que a instabilidade está ligada à noção de quadripolo activo: num quadripolo activo se forem (v_e, i_e) as grandezas intensivas de entrada (positivas para o fluxo de energia entrando no quadripolo) e (v_s, i_s) as grandezas intensivas de saída (positivas para o fluxo de energia saindo do quadripolo), observa-se no caso presente que existe um instante t_0 tal que para $t > t_0$ se tem

$$(11) \qquad \int_{-\infty}^{t} [v_e(\tau)\, i_e(\tau) - v_s(\tau)\, i_s(\tau)]\, d\tau < 0$$

(ou seja, a partir de t_0 o quadripolo cede à carga uma energia superior à que recebeu da excitação — evidentemente à custa da transformação da energia cedida por uma fonte exterior); para verificar (11) basta admitir que a instabilidade foi iniciada por uma perturbação de duração finita pelo que $\int_{-\infty}^{t} v_e\, i_e\, d\tau$ assume um valor constante a partir dum dado instante, enquanto que se $\theta(\omega)$ tem polos em $\mathrm{Img}\,[\omega] < 0$ $\int_{-\infty}^{t} v_s\, i_s\, d\tau$ cresce indefinidamente visto que esses polos conduzem a soluções em que intervém o factor e^{at} com $a > 0$ (*).

Conclui-se que o critério de realizabilidade física sugerido pela TF permite reconhecer um sistema fìsicamente realizável (no sentido de satisfazer à causalidade) mas não permite distinguir entre um sistema que não é fìsicamente realizável e um sistema fìsicamente realizável mas instável (**), a não ser que se saiba de antemão se a resposta do sistema à função de Dirac satisfaz ou não a (6) — mas este conhecimento pressupõe normalmente que $g(t)$ é conhecido, o que permite classificar imediatamente o sistema do ponto de vista da causalidade, tornando inútil a aplicação do critério.

7 — CONCLUSÃO

Da análise feita nos parágrafos anteriores verifica-se que, do ponto de vista da sua aplicação ao estudo dos circuitos, é difícil estabelecer uma distinção acentuada entre a TF e a TFU (ou, o que é o mesmo, a TL).

Observou-se no entanto que a TFU é aplicável a uma classe mais geral tanto de circuitos — visto que inclui os circuitos instáveis em que uma perturbação limitada inicia uma resposta cujo crescimento é ilimitado — como de excitações — que podem ser representadas por funções de ordem exponencial quando $t \to \infty$. Esta maior generalidade justifica a predominância adquirida pela TL na bibliografia moderna sobre circuitos — como exemplos menciona-se [3] e [4].

No entanto a TF presta-se a uma interpretação em termos de análise e de síntese de sinais com base em sinusoides de frequência real; esta

(*) Há que admitir que a carga é um dípolo passivo onde há dissipação de energia pelo que não só é $\int_{-\infty}^{t} v_s\, i_s\, d\tau > 0$ como também se pode mostrar que v_s e i_s acabam por assumir o mesmo tipo de variação [4].

(**) Tem interesse mencionar neste ponto que na definição de realizabilidade física dada em [5] (pág. 108) se exige que não existam modos de oscilação cujas amplitudes cresçam indefinidamente com o tempo.

interpretação é largamente utilizada do ponto de vista teórico — na análise e projecto de sistemas no que diz respeito à ocupação de bandas de frequência (o que é particularmente importante em comunicações) e correspondentemente na determinação experimental das características desses sistemas. Porém a coincidência da função do sistema definida pela TFU (função $\theta(\omega)$) com a função de transferência ($T(\omega)$) precisamente para os sistemas a que a TF é aplicável, implica novamente que, mesmo deste ponto de vista, é indiferente pensar em termos duma ou de outra das transformadas.

Num único ponto a TF se distingue da TL: trata-se do critério de realizabilidade física — que não é acessível à TL visto que esta transformada só é definida para $t > 0$ e ao construir-se o seu integral de inversão (8) se impõe $f(t) = 0$ para $t < 0$. No entanto, como se viu, este critério é de aplicação limitada ainda que se possa tornar útil, em particular quando se queira rejeitar quadripolos irrealizáveis *ou* instáveis.

Para terminar observa-se que se cingiu estas conclusões ao quadro das definições dadas nesta nota, mas que correspondem de resto ao campo de aplicação usual daquelas transformadas no domínio dos sinais determinísticos.

8 — AGRADECIMENTO

O autor agradece ao Doutor A. F. dos Santos a sugestão de publicar esta nota assim como a leitura, comentários e sugestões que fez ao manuscrito final.

9 — BIBLIOGRAFIA

1 — G. P. Tolstov: «Fourier Series», Prentice Hall, 1962, Cap. 7.

2 — P. M. Morse, H. Feshbach: «Methods of Theoretical Physics», Mc Graw-Hill, 1953, Vol. 1. Cap. 4, § 8.

3 — N. Balabanian, T. A. Bickart: «Electrical Network Theory», Wiley, 1969.

4 — S. S. Haykin: «Active Network Theory», Addison-Wesley, 1970.

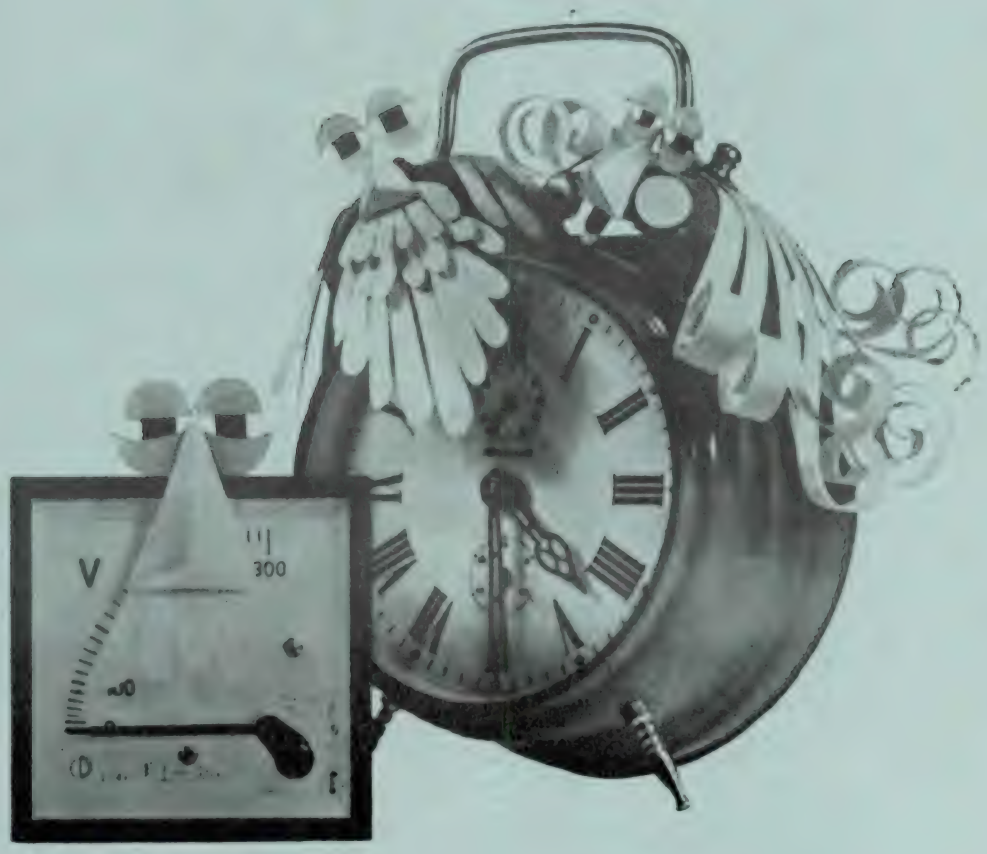
5 — H. W. Bode: «Network Analysis and Feedback Amplifier Design», van Nostrand, 1945.

FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
2.º Congresso Sobre Ferramentas (Tradução Simultânea em Inglês, Alemão e Russo)	Hungria, 5-10 Julho-71 Institute for Technical and Scientific Information of the Ministery of Metalurgy and Machine Industry, Budapest V-Guszev, U. 25., Hungria
Conference on Industrial Measurement and Control by Radiation Techniques (De Interesse Para a Indústria Metalúrgica e Mineira)	London, 12-17 Julho-71 Institution of Electrical Engineers, Savoy Place, London, W.C. 2, Inglaterra
IPEX 71 — 12th International Printing Machinery and Allied Trades Exhibition	London, 13-24 Julho-71 Industrial and Trade Fairs Lim., Commonwealth House, 1-19 New Oxford St., London WC1A 1PB, Inglaterra
11th Harrogate Lighting Exhibition Luz Decorativa	Yorkshire, 18-20 Julho-71 Decorative Lighting Manufacturers' and Distributors' Association Llanerchymedd, Anglesey, North Wales, Inglaterra

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
XXIII Congresso Internacional de Química Pura e Aplicada	Boston, Massachusetts, 25 a 31 de Julho de 1971 XXIII Congress of Pure and Applied Chemistry, A. T. Winstead, Director c/American Chemical Society, 1155 Sixteenth Street, N. W. Washington, D.C. 20036, U. S. A., Cable Adress: Am Chenso, Washington, D.C.
Congresso Internacional Sobre Mecanização e Automatização na Indústria da Construção	Debrecen, Hungria, 27-31 Julho-71 Scientific Society of Mechanical Engineers Budapeste, V, Hungria
23.ª Feira Internacional de Dornbirn	Dornbirn, Áustria, 31 Julho — 8 Agosto-71 AIP
Feira Internacional de Esmirna	Esmirna, Agosto-71
Simpósio Sobre a Poluição de Águas Subterrâneas	Moscovo, Agosto-71 M. Le Prof. H. Schoeller, 5, R. Louis-Maydieu, 33-Bordeaux — Cauderan, França
Exposição Técnica	Melbourne, 2-7 Agosto-71
Summer Short Course: Coastal and Ocean Engineering	College Station, Texas, 2-13 Agosto-71 Dr. John B. Herbich, Coastal and Ocean Eng. Division, Texas A-&-M University, College Station, Texas 77843 (U. S. A.)
Simpósio Internacional Rilem Sobre Betão, e Betão Armado em Países Quentes Temas: Materiais Estruturas Pavimentos e Cimentos	Haifa (Israel), 2-15 Agosto-71 Simpósio Internacional Rilem, Haifa, 1971, c/o, Building Research Station Technion City, Haifa (Israel).
20.ª Feira Austríaca da Madeira	Klagenfurt, 7-15 Agosto-71
Annual Meeting of the Electron Microscopy Society of America	Boston, 8-13 Agosto-71 F. Heckman, Billerica Research, Cabot Corp., Concord Road, Billerica, Mass. 01821, E. U. A.
6.ª Conferência de Geomecânica da Austrália e Nova Zelândia	Melbourne, 10-17 Agosto-71
Feira de Sydney	Sydney, 12-21 Agosto-71
International Conference on the Mechanical Behaviour of Materials	Kyoto, 15-20 Agosto-71 Soc. of Materials Science, 1 Yoshida Izumidono-Cho, Sakyo-Ku, Kyoto, Japão

à medida do tempo criamos para si...o tempo das medidas eléctricas



FRAPIL impõe-se hoje como a técnica que satisfará as suas exigências, oferecendo-lhe uma gama completa de aparelhos de medidas eléctricas duma qualidade insuperável, duma simplicidade de emprego inegualada, severamente controlados em todas as etapes do seu fabrico, concebidos e executados para satisfazer a cada uma das suas necessidades.
Para si, que acompanha o progresso, criamos um aparelho contemporâneo do futuro

APARELHOS DE MEDIDAS ELÉCTRICAS **FRAPIL**

012.08.5913

INDUSTRIAIS TEXTEIS

PARA OS VOSSOS MANCHONS, FLANELAS, TRANSPORTADORES,
E TODOS OS TECIDOS TÉCNICOS

EM FIBRAS NATURAIS OU SINTÉTICAS

Consultem:

FANAFEL

FÁBRICA NACIONAL DE FELTROS INDUSTRIAIS
SOCIEDADE LIMITADA

APART.: 9
TELEF.: 52091 PBX
TELEG.: FELTROS

OVAR
PORTUGAL

ESCRITÓRIO E FÁBRICA
ESTRADA DE S. JOÃO

Empresa Ultramarina de Sondagens e Fundações, L.da

(SONDADORA)

SONDAGENS geológicas e geotécnicas — CAPTAÇÕES de águas subterrâneas — REBAIXAMENTOS do nível freático — CONSOLIDAÇÕES E ESTABILIZAÇÃO do solo — INJECÇÕES DE CIMENTO e outros produtos — INFRAESIRUTURAS de barragens, túneis e pontes — FUNDAÇÕES de todos os tipos

Única Empresa da especialidade com sede no Ultramar Português

DELEGAÇÃO - LISBOA
Tr. do Guarda Mór, 13-r/c
Tel. 32 46 93 e 21 32 56

SEDE - LUANDA
R. Francisco Newton, 389/393
C. P. 2178 - Tel. 81 89 7

MOÇAMBIQUE
L. Marques - C.P. 982 - Tel. 74 11 21
Beira - C. P. 1002 - Tel. 7 14 97

C. D. U. 551.508.5 : 535.1 : 621.3

V — INTRODUCTION TO LASER DOPPLER — SHIFT ANEMOMETRY (*)

by F. DURST

Mechanical Engineering Department
Imperial College of Science and Technology
London / England

RESUMO

Resumem-se os mélodos ópticos propostos para o estudo do escoamento de fluidos. Indicam-se os seus fundamentos, vantagens e desvantagens.

Em particular desenvolve-se a teoria do anemómetro de «lasser», baseado no efeito de Doppler. E, descrevem-se os metodos de processamento dos dados, em estudo no Imperial College.

SYNOPSIS

A short summary of optical measuring techniques, proposed for fluid flow investigations, is given. The basic principles of operations are explained for the different methods and some advantages and disadvantages are pointed out.

The main part of this paper deals with laser Doppler-shift anemometry which is a new and very promising method for local optical velocity measurements. With this technique the frequency shift of light, caused by scattering from small particles moving with the fluid, is measured. This scattered light shows an apparent change in frequency, the Doppler-shift, which can be utilised for velocity measurements.

The problems that occur when an optimal optical system is designed are outlined. Four different methods of data processing under investigation at Imperial College are described. For gas flow investigations, the range of suitable tracer particles is given and a table is presented to allow the solution of suitable scattering targets for other fluids.

INTRODUCTION

Turbulence is a phenomenon which is well known in engineering practice, since it is associated with many problems engineers have to overcome. The awareness of the desirable and undesirable effects of turbulence is still growing. It is generally recognised, however, that future progress in understanding and controlling many technical processes associated with turbulent flows may result from information regarding the local mean velocity and the fluctuating components. This has increased the incentive to develop suitable measuring techniques to obtain the required information.

To date, experimental investigations of turbulent flows have been restricted, almost exclusively, to low-speed subsonic boundary layers. Flows of this kind have been extensively investigated by means of hot-wire anemometer techniques and a considerable volume of experimental data has become available. However, while hot-wire anemometry has proved to be an invaluable method for such flow cases, in fact virtually the only one to find general adoption, its application has not been generally extended to separated flows, high-speed flows, turbulent diffusion flames, etc. Experimental investigations of such flow situations are of current interest. However, they are inaccessible to hot wire anemometry due to the presence of shock waves, probe interference, strong fluid property gradients, high turbulence fluctuations, etc., resulting in difficulties of signal interpretation.

The above problems, and the fact that probe-type instruments cannot be used in extreme temperature environments, suggest the use of optical velocity measuring techniques. Such techniques are well known and it seems appropriate to give a short summary of these methods

(*) Received May 20th, 1971.

and their applications before describing the basic principles of Doppler-shift anemometry. The latter technique is a new and very promising approach to obtain local velocity measurements in laminar and turbulent flows of transparent fluids. This new method has great advantages in comparison with other methods, see (1). The most important ones are given within this paper.

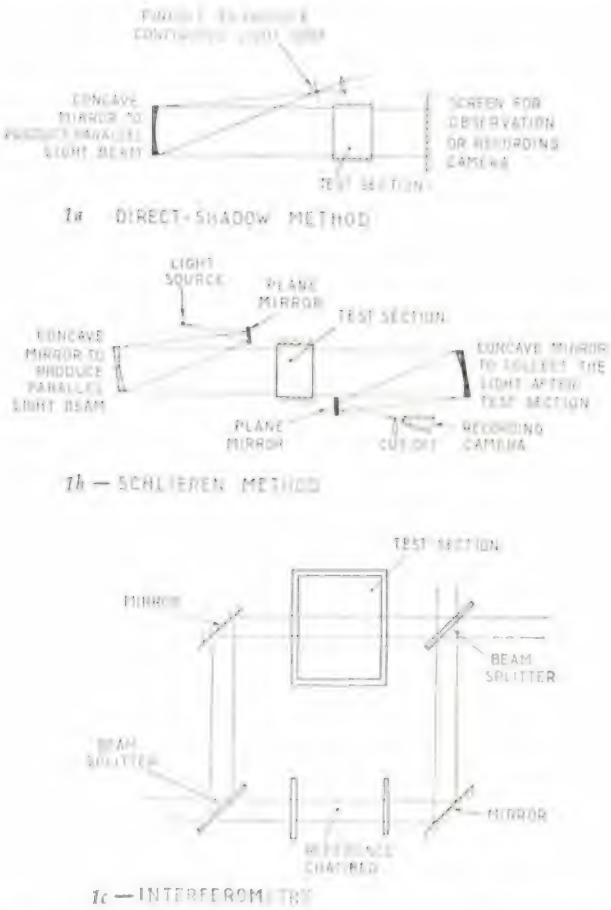


Fig. 1 — Sketches of optical arrangements of standard optical velocity measuring techniques

Fig. 1 shows the basic optical arrangements of three methods that have been employed in the past for optical velocity measurements. These methods, Shadowgraphs, Schlieren methods, and Interferometry, are standard techniques in fluid flow research. All of them are well described in in many textbooks on experimental methods (see, for example, (2), (3), (4)) and it can therefore be assumed that the basic principles of their operations are known. However, it seems appropriate to give a summary of the problems that arise when the above methods are employed for velocity measurements and to point out their major disadvantages:

1. No local velocity measurements are possible. All three methods only allow the determination of an integral value over the whole velocity field. The signal represents, therefore, a mean value over the whole depth of the test section.
2. The flow situations along the side walls of test section influence the signal in a way that is very difficult to quantitatively assess.
3. The velocity is measured indirectly. Only those flow problems that result in density changes, and hence refractive index changes, can be investigated since only these will create the required bending of the light or the changes in wave length, resulting in a phase shift.
4. All three methods are suitable to obtain qualitative information. They are less suited to yield quantitative results. This is partly due to the fact that only integral values are obtainable and that these values have to be obtained from photographic records.
5. The application of all three methods is so far limited to laboratory use only. This is partly due to the difficulty in obtaining quantitative information and partly due to the fact that all optical arrangements require a considerable amount of space.

The most important advantage of any optical velocity measuring technique is that, ideally, no measuring probe has to be introduced into the flow and, therefore, no flow distrubances are created. This is the main reason why many research workers have tried to develop optical velocity-meters that do not have the disadvantages given above.
Examples of the optical arrangements of such devices are shown in Figs. 2 — 8. Brief descriptions of the different devices and their principles of operation are given below.

VELOCITY-METER OF THOMPSON (5)

With the velocity-meter of Thompson, see Fig. 2, one is actually measuring the time a tracer particle needs to pass the space between two light marks that can be conveniently created

by means of a Koesters prism. The incident light of both beams is blocked off by means of a mask in front of a light detecting system.

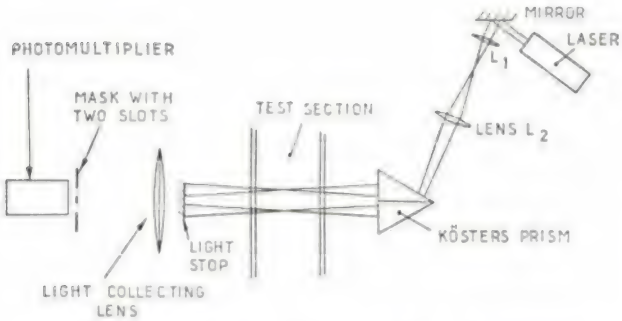


Fig. 2 — Optical velocity meter of D. H. Thompson (5)

A tracer particle scatters light as it passes through the two light marks. The scattered light is collected by a lens and detected by means of a photomultiplier in the form of two voltage pulses at the photomultiplier output. By measuring the time interval between the pulses, and knowing the separation of the two laser beams, the particle velocity can be calculated. A similar device has been proposed by Hausler and Stumm (6). In their set-up the time is measured over which a certain scattering target is scattering light.

We can see from Fig 2 that this type of optical velocity meter does not measure integral values. However, the spatial resolution of the instruments is too poor for fluid flow research. Furthermore, velocity measurements employing these techniques turn out to be rather laborious.

PARTICLE VELOCITY-METER OF GASTER (7)

This instrument measures the velocity of small scattering targets suspended in the flowing fluid. Light reflected from these targets illuminated by a thin sheet of light is focussed onto a transmission grating. This light passes through the grating onto a photomultiplier which is masked so that only a restricted volume of fluid is sampled. The photo-electric signal generated by the passage of an insulated particle image across the grating is periodic whith a frequency which is equal to the number of grating lines crossed in a given time. Thus, for a given optical geometry and grating size, the frequency is proportional to the velocity of the particle.

The instrument shown in Fig. 3 employs a moving grating. This not only enables the device to sense the flow direction but also to control the signal frequency. The difference between particle and grating velocity is measured by means of two counters to yield instantaneous velocities.

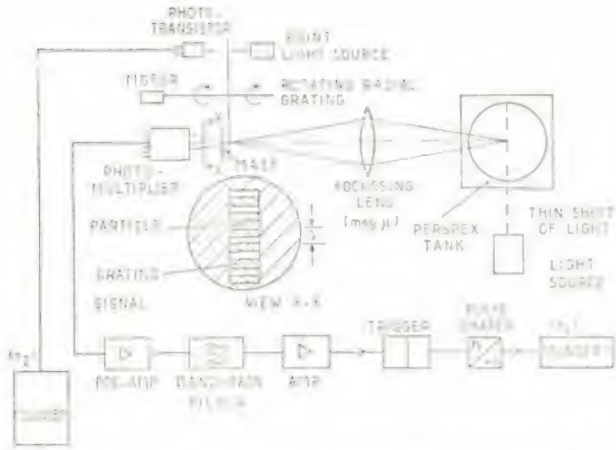


Fig. 3 — Particle velocity meter of H. Gaster 7)

CROSSED-BEAM CORRELATION TECNIQUE OF FISHER AND KRAUSE (8)

The optical arrangement shown in Fig. 4 has been used to study the influence of turbulence on the actual mixing process. The method is based on light intensity recording of two light beams which traverse the entire flow in two mutually perpendicular directions. The radiation employed is arranged so that it is partially absorbed by a constituent of the flow. Thus,

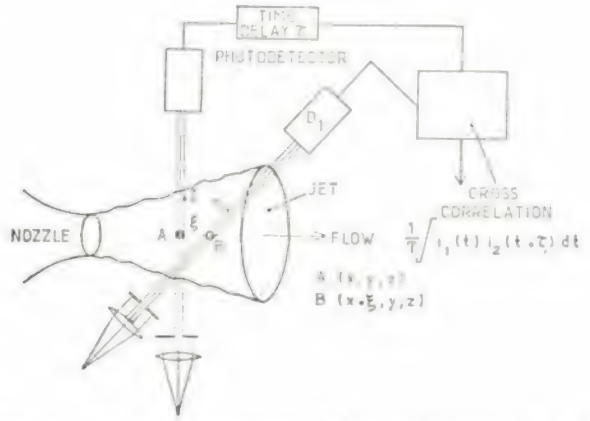


Fig. 4 — Crossed-beam correlation technique of M. J. Fisher (8) and F. R. Krause

turbulence-induced fluctuations of either the thermodynamic properties or the concentration of the chosen constituent are reflected as fluctuations of intensity of the resultant beam. Each detector records the integral of all the fluctuations along the entire beam path. However, as Fisher and Krause showed, the correlations of the two signals yields local information. The above derivations have shown that the crossed-beam correlation method is not suited to velocity measurements, since only scalar quantities are influencing the signal. Those measurements turn out to be not too laborious.

LIGHT INTENSITY TECHNIQUE OF ROSENSWEIG, HOTTEL AND WILLIAMS (9)

This method has also been employed to study turbulent mixing. One can see from Fig. 5 that with this technique the light intensity which is

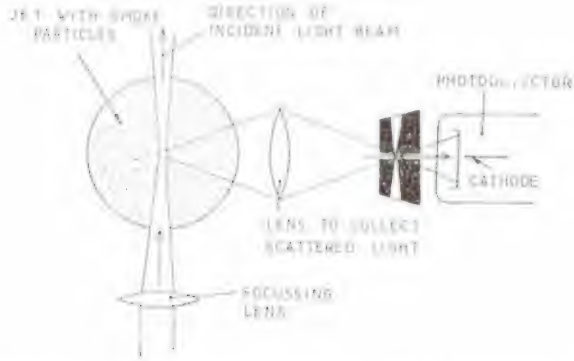


Fig. 5 — Light intensity technique of R. E. Rosensweig, H. G. Hottel, G. C. Williams (9)

recorded is scattered from a fixed volume into the direction of the photo-detector. This light intensity is ideally proportional to the concentration of scattering particles within the control volume. Thus, fluctuations of concentrations of scatterers are recorded as fluctuations of light intensities.

This light intensity technique is again not suited to velocity measurements but represents a very useful method to measure concentration fluctuations.

FRINGE ANEMOMETERS

This group of optical velocity-meters has often been referred to as double-beam Doppler-shift anemometers. The author prefers, however, to denote these optical velocity-meters, three examples are shown in Figs. 6, 7 and 8, as fringe anemometers, since the actual rate is measured at which tracer particles cross a set of fringes. The distinction between fringe anemometers and Doppler-shift anemometers is based on considerations given in (12).

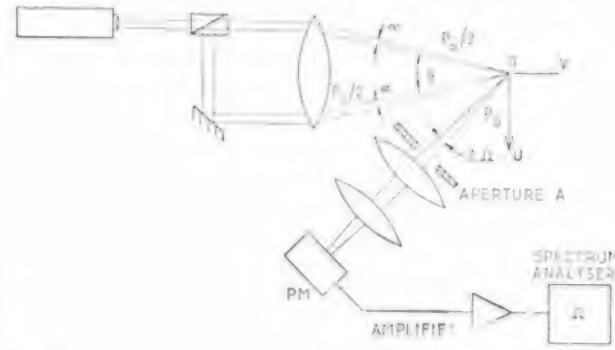


Fig. 6 — Fringe anemometer of Mazumder and Wankum (10)

The fringe anemometer of Mazumder and Wankum (10), see Fig. 6, employs two intense light beams that are obtained by a beam splitter prism. Both beams are focussed by a single lens. At the focal point of this lens, a fringe pattern of known geometry is produced that is used for velocity measurements. Crossing particles scatter light from each fringe within the pattern and this light is focussed onto a photo-multiplier. The frequency of the voltage variations can be used for velocity measurements.

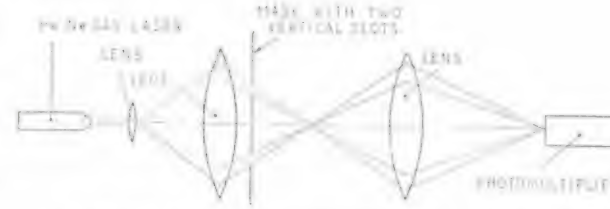


Fig. 7 — Fringe anemometer of M. J. Rudd (11)

The fringe anemometer of Rudd (11), see Fig. 7, employs a lens and two slots to produce a set of fringes at the focal point of the lens. This fringe pattern is reproduced on the photodetector by means of a second lens. With this optical arrangement the light blocked of by small tracer particles is measured.

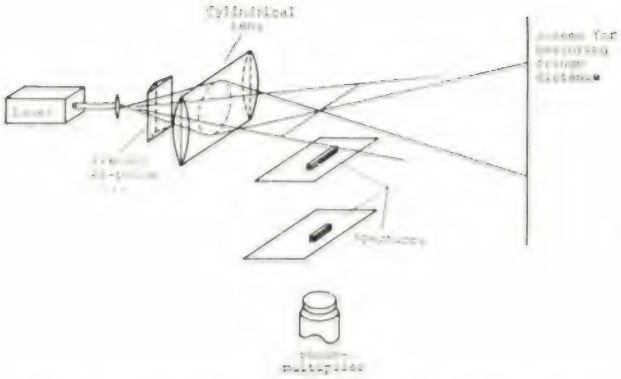


Fig. 8 — Fringe anemometer based on Fresnel biprism

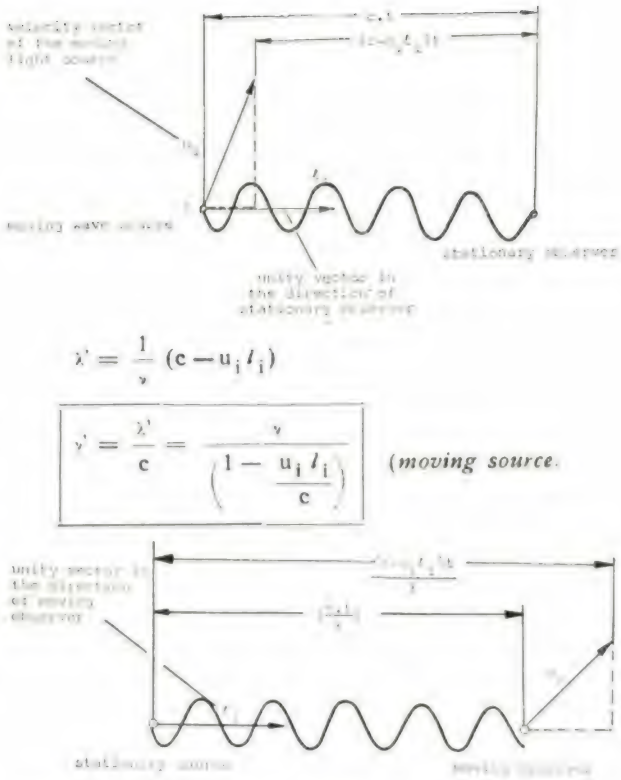
Another optical arrangement for a fringe anemometer is shown in Fig. 8. This arrangement is presently under investigation at Imperial College. The set of fringes is produced by a Fresnet biprism and then focussed down to form a line of bright spots. The light scattered by tracer particles when passing the light marks is recorded to yield the required velocity information.

BASIC THEORY OF DOPPLER-SHIFT ANEMOMETRY

The above introduction to several methods of optical velocity measurements did not include laser Doppler-shift techniques. Such techniques have recently been suggested as the basis for optical velocity-meters suitable for local velocity measurements in transparent gas and liquid flows. Test measurements employing laser Doppler--shift anemometers suggest that this new measuring technique is a very promising method for many measurements in fluid flow research. However, laser Doppler-shift anemometry is still in the developing stage.

Detailed knowledge of the basic principles of the Doppler effect is required to understand Doppler-shift anemometry. It seems therefore appropriate to derive briefly the equations that will be needed for more profound derivations at a later stage.

There are two phenomena that have to be distinguished quite clearly: the frequency shift due to a moving source and the one due to a moving receiver. Both phenomena result in a change of frequency. However, they are different in nature. This is indicated in Fig. 9. In the first case, where the wave source is moving, the



$$\lambda' = \frac{1}{\nu}\,(c - u_i\, l_i)$$

$$\boxed{\nu' = \frac{\lambda'}{c} = \frac{\nu}{\left(1 - \dfrac{u_i\, l_i}{c}\right)}} \quad \textit{(moving source)}$$

number of wave trains in 1 sec:

$$\nu' = \nu - \frac{u_i\, l_i}{\lambda}$$

$$\boxed{\nu' = \nu\left(1 - \frac{u_i\, l_i}{c}\right)} \quad \textit{(moving observer)}$$

Fig. 9 — Sketch to explain basic principles of the Doppler effect

stationary observer will record a change in wave length, hence in wave frequency. This is due to the fact that the waves are squeezed into a space given by the distance $(c - \hat{U}_i\, l_i)\,.\,t$ whereas, for a stationary source, the equivalent distance is given by c. t. The wave-length for the moving source is:

$$\lambda' = \frac{c - \hat{U}_i\, l_i}{\nu_s} \qquad (1)$$

The corresponding frequency is $\nu' = \dfrac{c}{\lambda'}$:

$$\nu' = \frac{\nu_s}{\left(1 - \dfrac{U_i\, l_i}{c}\right)} \text{ (moving source)} \qquad (2)$$

The moving observer also records a frequency shift if it passes waves emitted from a stationary

source. This is due to the observer's movement, since it will pass more or less wave trains, depending on the direction of its movement, than are sent out by the source:

$$\nu' = \frac{c}{\lambda} - \frac{U_i\, l_i}{\lambda}$$

or, rewritten:

$$\nu' = \nu_s \left(1 - \frac{U_i\, l_i}{c}\right) \quad \text{(moving observer)} \qquad (3)$$

The frequency shifts due to a moving source and to a moving observer are the basic principles of all the following considerations.

frequency received by aeroplane

$$\nu_p = \nu_s \left(1 - \frac{u_i\, l_i}{c}\right)$$

frequencies received by observer 1 and 2

$$\nu_1 = \frac{\nu_p}{1 - \frac{u_i\, k_i}{c}} = \nu_s \frac{1 - \frac{u_i\, l_i}{c}}{1 - \frac{u_i\, k_i}{c}}$$

$$\nu_2 = \frac{\nu_p}{1 - \frac{u_i\, m_i}{c}} = \nu_s \frac{1 - \frac{u_i\, l_i}{c}}{1 - \frac{u_i\, m_i}{c}}$$

Fig. 10 — Sketch to explain basic principles of laser Doppler-shift anemometry

The next step in the explanation of the basic principles of Doppler-shift anemometry is a simple experiment which is outlined in Fig. 10. It shows a sender that emits waves of constant frequency in a certain direction which is given by the unity vector l_i. An aeroplane, that contains a receiver and a sender for the particular waves, penetrates the emitted «wave beam». It is known from the basic considerations about the Doppler effect, that the receiver in the aeroplane will record a wave frequency different to the one transmitted if the aeroplane has a velocity component in the direction of the unity vector l_i; i. e. a frequency shift is recorded if $\varepsilon_{ijk}\, l_i\, \hat{U}_j \neq O$. This frequency shift is given by equation (3).

$$\nu_p = \nu_s \left(1 - \frac{\hat{U}_i\, l_i}{c}\right) \qquad (4)$$

The sender in the aeroplane is now used to emit waves in all directions Since the receiver's wave has the frequency ν_p the sender can only emit waves of this particular frequency. Two observers placed at two different positions (A) and (B) will record additional frequency differences due to the fact that the sender in the flying aeroplane represents a moving wave source. The two frequencies can be calculated employing equations (2) and (4):

$$\nu_{k_i} = \frac{\nu_p}{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, k_i}{c}\right)} = \nu_s \frac{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, l_i}{c}\right)}{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, k_i}{c}\right)} = \nu_1 \qquad (5)$$

$$\nu_{m_i} = \frac{\nu_p}{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, m_i}{c}\right)} = \nu_s \frac{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, l_i}{c}\right)}{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, m_i}{c}\right)} = \nu_2 \qquad (6)$$

The difference between the two frequencies given by (5) and (6) is:

$$\Delta\nu = \frac{\nu_s \left(1 - \frac{\hat{U}_i\, l_i}{c}\right)}{\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, k_i}{c}\right)\left(1 - \frac{\hat{U}_i\, m_i}{c}\right)} \frac{\hat{U}_i}{c} \left(k_i - m_i\right) \qquad (7)$$

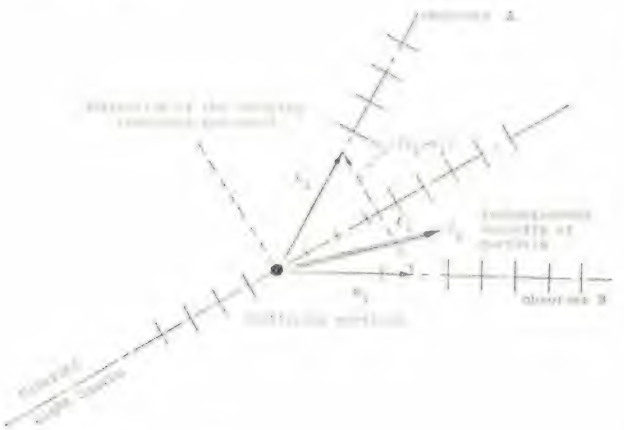
Equation (7) can now be approximated by the following expression if the velocity $\hat{U}_i$ the aero-

plane is small in comparison with the wave velocity:

$$\Delta \nu = \frac{\nu_s}{c} \hat{U}_i (k_i - m_i) = \frac{1}{\lambda_s} \hat{U}_i n_i \qquad (8)$$

The last equation indicates that velocity measurements can be made by recording the frequency difference of the two waves observed at positions (A) and (B).

Velocity measurements by means of Doppler-shift anemometers are based on the considerations given above. The unspecified wave source in Fig. 10 is replaced by a light source of sufficiently high light intensity; thus a laser can be conveniently used. This laser emits light waves in a certain direction given by the unity vector l_i, see Fig. 11.



$$\nu_{d_1} = \nu_s \left\{ \frac{1 - \frac{\hat{U}_i l_i}{c}}{1 - \frac{\hat{U}_i m_i}{c}} \right\}$$ frequency shift in scattering direction m_i

$$\nu_{d_2} = \nu_s \left\{ \frac{1 - \frac{\hat{U}_i l_i}{c}}{1 - \frac{\hat{U}_i k_i}{c}} \right\}$$ frequency shift in scattering direction k_i

$$\frac{\nu_s \left[1 - \frac{\hat{U}_i l_i}{c}\right]}{\left[1 - \frac{\hat{U}_i m_i}{c}\right]\left[1 - \frac{\hat{U}_i k_i}{c}\right]} \cdot \frac{\hat{U}_i}{c} (k_i - m_i) - (\nu_{d_2} - \nu_{d_1})$$

$$|\hat{U}| << c$$

$$\nabla \nu \approx \frac{\nu_s}{c} \hat{U} (k_i - m_i) = \frac{\nu_s}{c} \hat{U}_i n_i$$

Frequency difference between light scattered from a particle in two different directions.

Fig. 11 — The action of scattering particles on the frequency of laser light waves

The aeroplane is replaced by small tracer particles that fulfill the action of the receiver and the sender in the aeroplane. This is readily understood by the following simple considerations. If small particles penetrate a laser beam a certain amount of light is scattered by them. Thus, the particles act as «senders». However, before that they must have acted as «receivers», i. e. their action can be understood as the receiving and sending of light waves.

The above experiment with the aeroplane has indicated that velocity measurements by means of Doppler-shift techniques require, in addition to small tracer particles, a light collecting and combining system to eliminate the frequency difference between two scattered light beams. Additionally, a recording instrument is required that is able to record the information contained in the resulting optical signal.

After having decided on the basic optical components that are required for velocity measurements by means of Doppler-shift techniques, more detailed considerations are required concerning the optical signal. It has been shown above that the two scattered light waves collected in two different directions k_i and m_i have different frequencies, given by equations (5) and (6). The difference between the two waves is given by equation (8). This frequency difference has to be measured to yield information about the velocity component $\hat{U}_i n_i$. The high frequencies of the light waves (of the order of 10^{15}) do not allow both frequencies to be measured and then subtracted.

The way in which $\Delta \nu$ is usually estimated is as follows. Two scattered light waves, y_1 and y_2, are superimposed by means of a mirror beam splitter arrangement to yield:

$$y = y_1 + y_2 = y_{s_1} \cdot \sin\left(2 \pi \nu_1 t - \frac{x_1}{\lambda}\right) + y_{s_2} \sin\left(2 \pi \nu_2 t - \frac{x_2}{\lambda}\right) \qquad (9)$$

If the light beam of higher light intensity is denoted as beam 1, equation (9) can then be rewritten as:

$$y = [y_{s_1} - y_{s_2}] \cdot \sin\left[2 \pi \left(\nu_1 t - \frac{x_1}{\lambda}\right)\right] +$$

$$+ y_{s_2}\{\sin[2\pi(\nu_1 t - \frac{x_1}{\lambda})] +$$

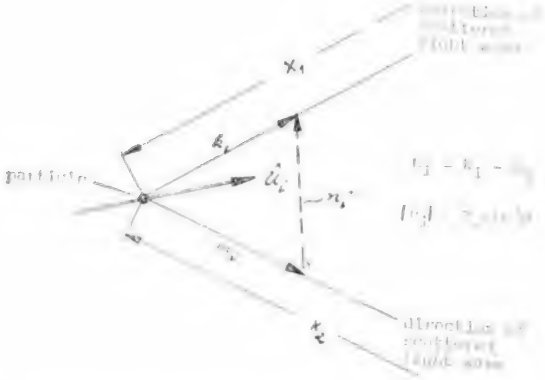
$$+ \sin[2\pi(\nu_2 t - \frac{x_2}{\lambda})]\} \qquad (10)$$

This equation can in turn be rewritten (see Durst and Whitelaw (12)):

$$y = \{y_{s_1} - y_{s_2}\} \sin[2\pi(\nu_s t - \frac{x_1}{\lambda})] +$$

$$+ 2y_{s_2}\{\sin[2\pi(\nu_s t - \frac{1}{2\lambda}(x_1 + x_2))].$$

$$\cos[2\pi(\frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t - \frac{1}{2\lambda}(x_1 - x_2))]\} \qquad (11)$$



The particle acts as light source for scattered waves in directions k_i and m_i.
x_1 and x_2 are changing due to movement of the particle:

$$x_1 = (x_1)_o + \hat{U}_i k_i (t - t_o)$$

$$x_2 = (x_1)_o + \hat{U}_i m_i (t - t_o)$$

$$(x_1 + x_2) = [(x_1)_o + (x_2)_o] + \hat{U}_i (k_i + m_i)(t - t_o)$$

$$(x_1 - x_2) = [(x_1)_o - (x_2)_o] + \hat{U}_i (k_i - m_i)(t - t_o)$$

Fig. 12 — The influence of the change in particle position on the path length of two scattered waves

Durst and Whitelaw (12) show that equation (11) can be written in the following form if the considerations indicated in Fig. 12 are taken into account.

$$y = \{y_{s_1} - y_{s_2}\} . \sin[2\pi(\nu_s t - \psi_1)] +$$
$$+ 2y_{s_2}\{\sin[2\pi(\nu_s t - \psi_2)]\}$$

$$\{\cos[2\pi(\frac{\Delta\nu}{2} t + \frac{\Delta\nu}{2} t - \psi_3)]\} \qquad (12)$$

this term results from the Doppler effect — this term results from a change of particle position

An optical signal as expressed by equation (12) will result in an anode current of the following type if it is incident on a photo-detector:

$$i \sim \frac{1}{2}(y_{s_1} - y_{s_2})^2 + 2.\eta.y_{s_2}^2[\frac{y_{s_1}}{y_{s_2}} -$$

$$-1]\cos[2\pi(\Delta\nu t - \psi_3)] +$$

$$+ 2y_{s_2}^2 . \cos^2[2\pi(\Delta\nu t - \psi_5)] \qquad (13)$$

This anode current varies with the frequency $\Delta\nu$ and can therefore be used to measure $\Delta\nu$. In practice, the frequency of voltage variations across a load resistance of a photodetector is measured and the resulting signal is processed to yield the required information. Four methods of signal processing are discussed later in the paper.

OPTICAL ARRANGEMENTS FOR LASER DOPPLER-SHIFT ANEMOMETERS

Several optical arrangements have been used in the past for laser Doppler-shift measurements. A short discussion of some typical examples might be helpful to demonstrate how several research workers have practically solved the problems that were indicated during the theoretical treatment of Doppler-shift anemometry in the previous section.

The optical system shown in Fig. 13 has been used by Lehmann (13) during his earlier experiments. With this optical arrangement, scattered light is combined with a reference beam that is taken from the incident light beam before the

Fig 13 — One-dimensional optical arrangement of B. Lehamann (13)

HERÓIS DA LUBRIFICAÇÃO

Makerel (Viking)

Os Vikings foram famosos na pirataria da Idade Média. Mas não se confranjam as consciências puras... A pirataria, já nesse tempo, era, além duma lucrativa actividade, um título de glória...

Ole Cavala, chefe de manutenção da frota Viking foi o homem responsável pelos êxitos desses intrépidos homens do mar.

As primeiras surtidas dos Vikings tinham sido autênticos falhanços e o público só não os assobiou porque não havia ainda, como há hoje, público para os Vikings...

Os guerreiros remavam nas suas longas embarcações, aquelas mesmas que, séculos volvidos, tão popularizadas seriam pelo cinema e outros meios audiovisuais de educação e diversão. Remavam até aos portos da estranja, pos-

Makerel (Viking)

sessos da expectativa natural que antecede o fogo-posto, a pilhagem e os proventos de um saque em larga escala.

Infelizmente para eles, as cidades a que arribavam tinham sido quase sempre, com prudente antecipação, abandonadas e as presas de guerra (mulheres, na deliciosa maiorio dos casos) há muito que haviam debandado para o interior aos gritinhos, mais de excitação que de medo.

«É por causa da chiadeira que esses malditos toletes (*) fazem!», explicou Ole Cavala, o chefe de manutenção da frota. «Os habitantes das cidades ouvem-nos a 6 fiordes de distância O nosso problema, é um problema de lubrificação».

Ole Cavala sabia que seria preciso consultar um perito, para se chegar a uma conclusão definitiva sobre o tipo de lubrificação indicado para um caso desses. Por isso, prudente e avisado como era, resolveu chamar, às boas, um fornecedor que, além de vender lubrificantes, também sabia resolver problemas com eles relacionados.

O delegado da MOBIL, contudo, ficou atónito com aquele novo tipo de problema. Na sua opinião, nem o engenheiro que prestava assistência às vendas poderia resolver tal bico de obra. E por isso aventou outra hipótese.

«No nosso laboratório central de investifação, trabalham inúmeros especialistas de lubrificação», começou ele a dizer ao Ole Cavala. «Um deles é perito em toletes rechinantes e, embora seja um cientista em toda a acepção da palavra, é uma pessoa muito simples e acessível. Durante três lustros viveu num barco só para estudar toletes. É ele o nosso homem».

Ole Cavala e o delegado delinearam as permissas do problema e enviaram-no para a Sede por um falcão-mensageiro.

Dias depois, o falcão regressou com a resposta: «Experimentem Massa Lubrificante de Rena — Mobil N.º 45 B».

O fornecedor, que estava com a mão na massa, pois tinha-a em armazém, logo a experimentou com a colaboração de Ole Cavala.

E a coisa resultou. Os toletes silenciosos fizeram dos Vikings os mais famosos invasores do seu tempo e as mulheres da estranja passaram a andar num grande desassossego...

Há muitos, muitos anos já, que Ole Cavala deixou de existir, mas a tradição criada por ele ainda vive no espírito dos chefes de manutenção dos tempos modernos. Eles não ignoram que uma parte importante da assistência da MOBIL começa nesse grupo de especialistas que trabalham nos seus laboratórios.

Hoje em dia, tais peritos não são muito procurados para tirar chiadeiras a toletes, mas a verdade é que sabem tudo o que deve saber-se sobre óleos de arrefecimento, lubrificantes para motores, rolamentos e outros órgãos de máquinas.

Os vastos e especializados conhecimentos destes homens estão à disposição de todos aqueles que compram produtos MOBIL.

Meditem um pouco sobre esta história. É uma história que pouca «chiadeira» tem feito, mas que se reveste de grande significado!

(*) **Toletes:** forquilhas onde se apoiam os remos.

measuring point. This results in a decrease of light intensity within the measuring control volume and, hence, the scattered light intensity is also decreased. This is disadvantageous.

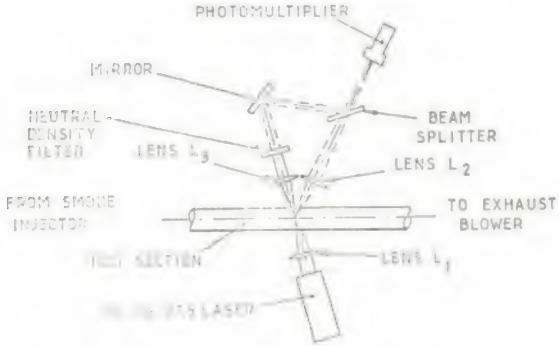


Fig. 14 — One-dimensional optical arrangement of J. W. Foreman et al. (14)

The optical arrangement sketched in Fig. 14 has been put forward by Foreman et al. (14). It is basically the same as the system of Lehmann. However, the reference light beam is taken of after the light has passed the scattering region. Thus, the total energy of the laser beam is employed for the actual scattering process resulting in higher signal to noise ratios.

The instruments shown in Figs. 13 and 14 have to be considered as one-dimensional Doppler--shift anemometers, since they are only applicable for measurements of a single velocity component. Rotation of the whole optical system is required if other components have also to be measured. This will result in a decrease in the accuracy of localisation of the measuring point.

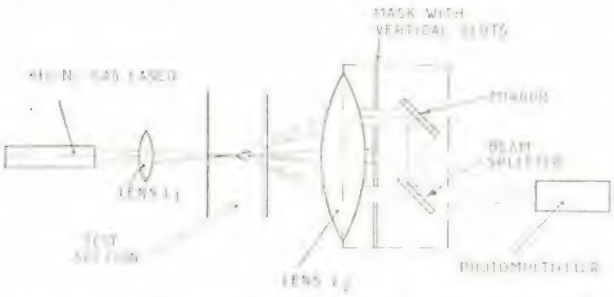


Fig. 15 — Two-dimensional optical arrangement of F. Durst and J. H. Whitelaw (1)

The optical arrangement shown in Fig. 15 has been developed by Durst and Whitelaw (1) for two-dimensional measurements. This two-dimensionality is achieved by a simple rotation of the mirror-beam-splitter system after the second lens. This rotation does not affect the measuring point which is fixed by the light collecting lens L_2 and the two slots. The design of the above systems is based on the theoretical considerations given below.

A three-dimensional Doppler-shift anemometer has been developed for NASA by the Raytheon Company. The system, as far as the optic is concerned, is basically the arrangement used by Foreman but three optical set-ups are built in three directions.

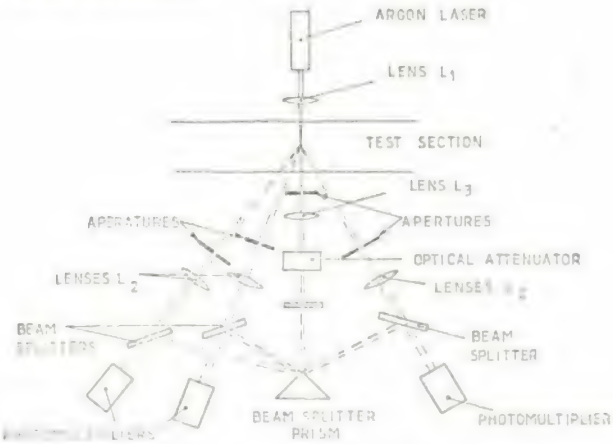


Fig. 16 — Three-dimensional optical arrangement built for NASA by Raytheon Company (15)

The optical system shown in Fig. 17 is again a one-dimensional system. The reference beam is taken off in a similar way as shown in Fig. 13. However, a special combining system is chosen to superimpose two light waves. The reference beam is passed through the measuring control volume and, thus, the light scattered in the direction of the reference beam interferes to yield the required beat frequency.

LIGHT SOURCE AND OPICAL GEOMETRY

The different optical geometries discussed in the previous section show that several optical systems have been used for laser Doppler-shift measurements. This might give rise to questions concerning the influence of the geometries on the measured frequency. Hence, the question might be asked whether there exists an optical system.

The following derivations represent simple theoretical considerations concerning the requirements that have to be fulfilled to obtain an optimum precision from a laser Doppler-shift

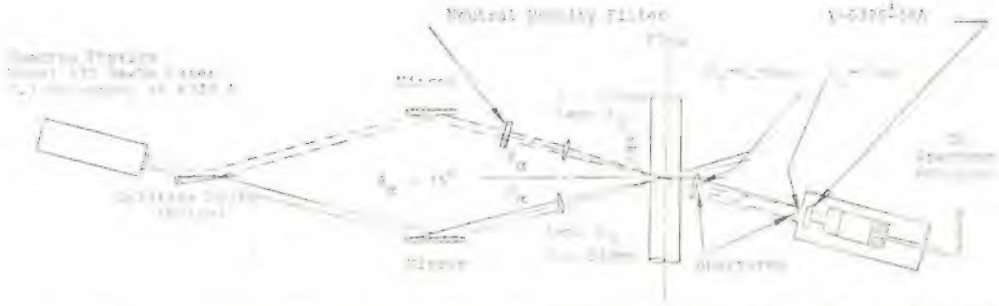


Fig. 17 — One-dimensional optical arrangement of Goldstein et al. (16) and Pike et al. (17)

anemometer. All these derivations are based on the final evaluation equation which has been derived during previous considerations, see equation (8). This equation is valid for all optical geometries. However, each optical arrangement has its particular n_i.

It has been common practice to describe velocity components of turbulent flows in terms of a mean velocity and a fluctuating component.

$$\hat{U}_i = U_i + u_i \tag{14}$$

If a time-averaging procedure is applied to a combination of equations (8) and (14), then the following relationship can be derived:

$$\overline{\Delta\nu} = \frac{1}{\lambda_s} (U_i \, n_i) \tag{15}$$

This equation implies that, for all optical geometries, the mean velocity can be calculated by measuring a time-mean value of the Doppler frequency. Thus, as far as mean velocity measurements are concerned, all optical systems are equivalent.

One of the great advantages of Doppler-shift anemometry is that it can also be employed to measure turbulence characteristics. This can readily be seen from the following equation which is derived from the evaluation of equation (8):

$$\delta(\Delta\nu) = \underbrace{\frac{\nu_s}{c} n_i \, \delta \hat{U}_i}_{\text{velocity variations}} + \underbrace{\frac{\nu_s}{c} \hat{U}_i \, \delta n_i}_{\text{optical imperfection}} + \underbrace{\frac{1}{c} U_i \, n_u \, \delta \nu_s}_{\text{chromatic coherence}} \tag{16}$$

The last equation indicates that variations in velocity, as they appear in turbulent flows yield a variation in frequency. Hence, the spread of the measured frequency spectrum can be used to obtain turbulence characteristics. However, equation (16) shows that this spread is influenced not only by velocity variations but also by variations of other quantities; e.g. variations of n_i and ν_s. These additional influences, and the reasons for their appearance, have to be thoroughly understood to be able to eliminate them or to decide whether they can be neglected. Physically the two terms express influences due to changes or due to imperfections in the light collecting system, $\nu_s / c. \, U_i \, \delta n_i$, and due to frequency variations in the light source, $\frac{1}{c} U_i \, n_i \, \delta \nu_s$.

CHROMATIC COHERENCE

The relationship between frequency spread and variations of different quantities appearing in the evaluation equation (8) can be used to derive theoretically the basic requeriments for the chromatic coherence of light sources employed for Doppler-shift measurements, The requirements for chromatic coherence have to be such that the spread of the measured frequency spectrum is not influenced by the frequency spread of the incident light spectrum. It is sufficient for all pratical applications that the last term of equation (16) be small in comparision to the first one; hence:

$$\frac{n_i \, \delta U_i}{n_i \, U_i} \gg \frac{\delta \nu_s}{\nu_s} \tag{17}$$

The expression on the righthand side of equation (17) can be kept small even when conventional

ight sources are employed; e.g. characteristic values for the green mercury line are:

$$\frac{\delta \nu_s}{\nu_s} \simeq 10^{-6} \qquad (18)$$

Thus, Doppler-shift anemometer measurements do not require lasers to be used for chromatic coherence. The real reason for the employment of lasers is their high light intensity which is required to obtain measureable scattered light signals and their long coherence length. The latter makes experimental investigation easier since requirements concerning optical path differences are practically eliminated.

OPTICAL IMPERFECTION

The above considerations have shown that, for all practical purposes, equation (16) can be written in the following approximated form:

$$\delta(\Delta\nu) = \frac{\nu_s}{c}(n_i\,\delta U_i + U_i\,\delta n_i) \qquad (19)$$

frequency spread due to velocity variations

frequency spread due to optical imperfection

The physical meaning of the two terms of equation (19) has to be understood to be able to optimise the optical geometry of Doppler-shift anemometers:

1. The first term on the righthand side of equation (19) represents the phenomena one wants to measure; i.e. the spread of the frequency spectrum can be used to obtain information about turbulence.
2. The second term represents an additional spread of the measured frequency spectrum. This spread should be avoided, since it is not due to variation of velocity but to a certain imperfection in the optical system.

Fig. 18 outlines the meaning of the optical imperfection mentioned in 2 above. The light collecting system always contains finite apertures that are equivalent to variations of k_i and m_i in our theoretical treatment of Doppler-shift anemometry. This will consequently lead to variations of n_i and, hence, to a frequency spread that is not due to velocity variations. This can lead to considerable influences on the signal if the velocity U_i is large. In this case $U_i\,\delta n_i$ will be large, and $n_i\,\delta U_i$ may be small. Thus, the influence of the optical imperfection tends to plot out the spread due to turbulence. In the seconds ketch of Fig. 18, the variation of n_i has been

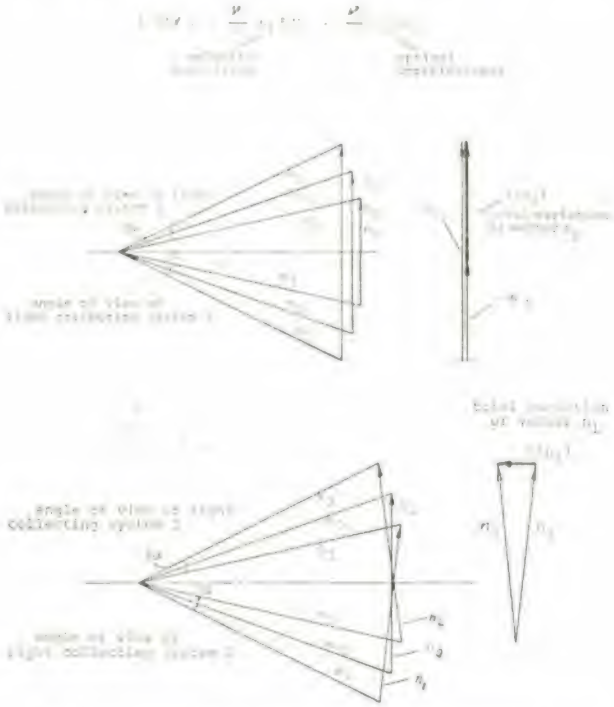
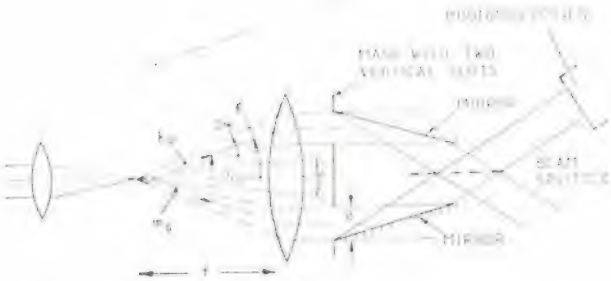


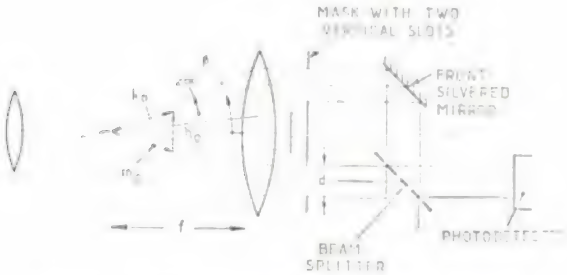
Fig. 18 — Sketch to demonstrate that preferable light combining systems exist

reduced by combining the outer part of the upper beam with the inner part of the lower, and vice versa. This leads to a smaller value of δn_i and, hence, to a reduction of the influence of the optics on the signal.

Fig. 19 shows the pratical solution to the problem that is pointed out in Fig. 18. This solution is based on the fact that one can control the variation of n_i. The upper sketch shows an optical beam combining system which is based on the first beam arrangement show in Fig. 18. It will therefore strongly influence the signal, i.e. $U_i\,\delta n_i$ is large. The lower sketch of Fig. 19 shows that, with the chosen mirror-beam-combiner-arrangement, the outer part of the upper beam is combined with the inner part of the lower beam, and vice versa. This arrangement minimises the variations of n_i and, hence, the



Optical arrangement leads to increased spread of frequency spectrum



Optical arrangement with minimised spread of frequency spectrum

Fig. 19 — Good and bad optical light combining arrangements

frequency spread. It should be pointed out that the spread is not eliminated but only reduced to an acceptable minimum. The minimum of frequency spread due to the optics that can be accepted is given by the following relationship:

$$U_i \, \delta n_i << n_i \, . \, \delta U_i \qquad (20)$$

ELECTRONIC DATA PROCESSING

So far the basic problems indicated have been those involved in the design of an optimum optical system for laser Doppler-shift anemometry. However, the optical problems are not the only ones that occur. The optical signal has to be transferred into an electrical one and this signal has to be processed to yield the required information. This involves quite a few electronic problems that will not be dealt with in this paper. However, it seems appropriate to mention some methods of data processing that are presently being investigated and developed at Imperial College.

All data processing systems have in common the fact that a photomultiplier is used to transform the optical signal into an electrical one. The frequency of the output voltage across the load resistance of the photomultiplier contains the required information; the Doppler-shift frequency. However, this instantaneous information has to be processed to yield the mean velocity components and turbulence characteristics.

1. *Frequency Analyser*

This method of data processing results basically in a frequency probability distribution which corresponds to the velocity probability distribution at a particular measuring point. All the required information can be obtained from this distribution. However, the accuracy is rather limited and the evaluation of the data proves to be rather laborious.

2. *On-Line Computer*

Small on-line computers can be employed to obtain conveniently mean velocity information and mean values of the turbulence fluctuations. This evaluation method is very accurate. However, good signal to noise ratios are required if on-line computers are employed, or the signal has to be separated before processing it by means of computers.

3. *Frequency-to-voltage conversion*

A commercial frequency-to-voltage converter can be employed to yield the mean velocity and the fluctuating components. However, most of them have a very limited linear range.

New frequency-to-voltage converters have been put forward which show a larger linear range. These devices can be employed successfully if large signal-to-noise ratios can be achieved. Otherwise, it must be expected that voltage outputs result from the noise and not from the signal.

4. *Frequency tracking discriminators*

Low signal-to-noise ratios, as they appear in «clean» air measurements, present a big problem for data processing of Doppler-shift information. The only devices that seem suitable for these low signal values, as well as large signals, are frequency tracking devices. Such devices eliminate most of the disturbing noise by means of filters and a kind of loop system is used to pick up the varying signal.

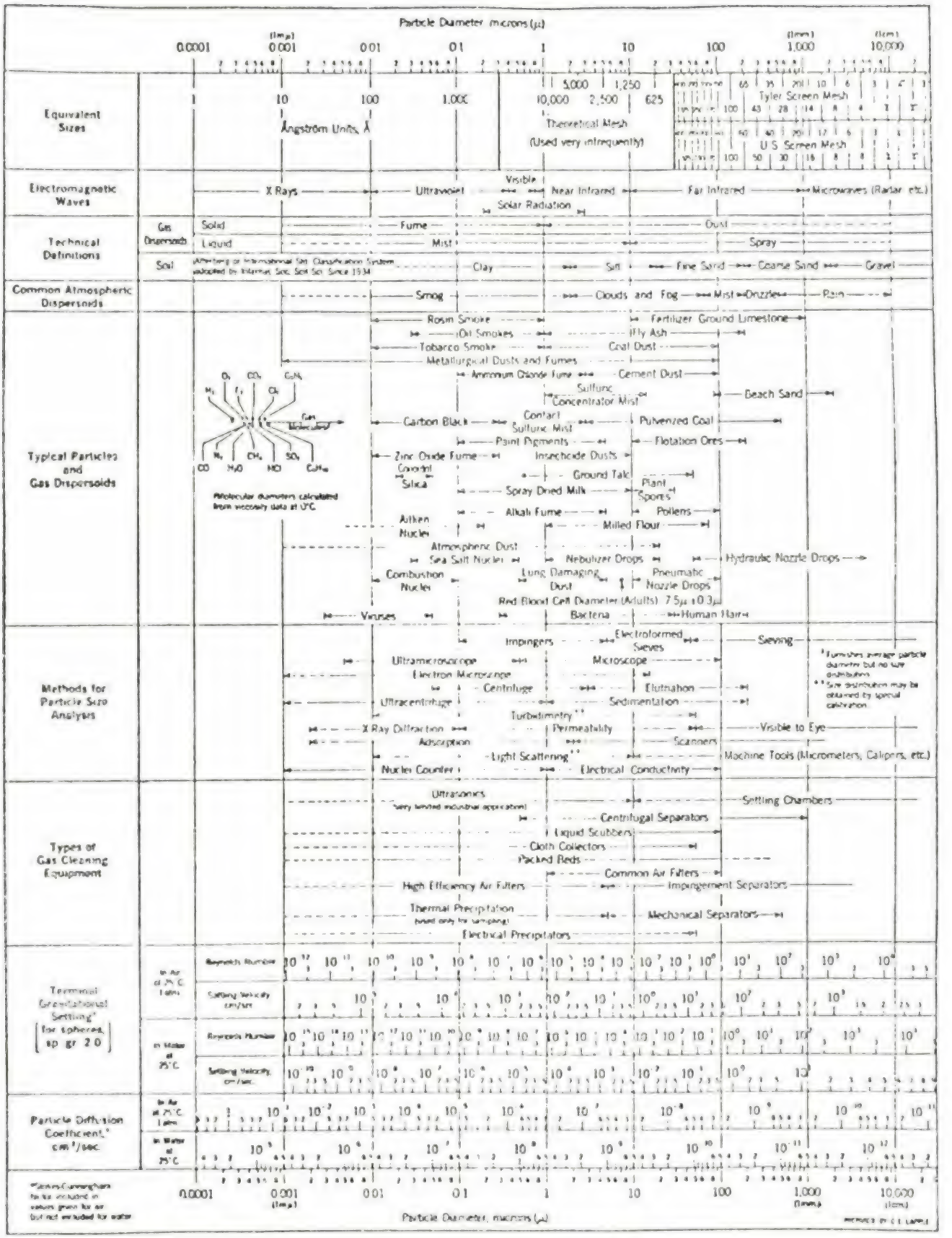


Fig. 20 — Characteristics of particles and particle dispersoids

THE SIZE OF SUITABLE TRACER PARTICLES

It has been pointed out during the theoretical treatment given above, that laser Doppler-shift measurements are based on the scattering action of small tracer particles. Therefore, the accuracy of measurements of mean velocity and of turbulence characteristics depends on the accuracy with which the velocities of inserted particles represent, at any instant, the velocity of the flowing fluit. Thus, there is a need for tracer particles of a carefully predetermined size. Whether these particles are already in the fluid or have to be added, depends on the nature of the fluid chosen for the experiments.

In practice there always exists a certain particle range. The *lower limit of this size range* is given by the fact that small particles are subject to Brownian motion and represent therefore the flow velocity and a superimposed velocity spectrum due to the thermal random motion of the molecules and/or atoms. The rms-value of the tracer particle movement increases with decreasing particle size. The *upper limit of the particle size range* is given by the inertia of the particles which increases with increasing particle size. The size of tracer particles, already in the fluid or artificially introduced, has to lie within the above range.

Durst and Whitelaw (1) derived the limits of the appropriate particle size range for turbulence measurements in gas flows. They concluded from available investigations of particle movement, that their particles should be of the following size:

$$0.1\ \mu m < r < 1\ \mu m$$

In Fig. 20 some characteristics of particles and particle dispersions are given to assist in choosing the right means of particle production

FINAL REMARKS

It seems appropriate to summarise the major advantages of laser Doppler-shift tehcniques for local velocity measurements in transparent fluids.

a) Laser Doppler-shift anemometry can be employed for both mean velocity estimations and measurements of turbulence characteristics.
b) Instruments based on Doppler-shift techniques are stable since the only values that are in the equation of evaluation are the wave length of the incident light beam and the size of the angle between the two directions of light collection.
c) Very localised measurements are possible (the dimensions of the measuring control volume are of some microns), although improved optical systems are required to obtain good localisation also for more dimensional measurements.
d) The theory necessary for the evaluation of experimental data has been derived and has proved to be relatively simple. The derivations suggest, however, that the processing of large quantities of data will require advanced data processing systems.
e) A minimum disturbance of the flow system is caused, since the inserted «probes» are small particles, e.g. 0.1 — 1 μm, for measurements in air.
f) If for any special flow situation the particle size has been estimated and if the particle material was chosen such that influences of temperature, chemical reaction, evaporation, etc. can be neglected, the turbulence measurements by Doppler-shift anemometers are independent of temperature and density gradients. The influence of velocity gradients can be made negligible by collecting light from small measuring control volumes.
g) Measurements in flow configurations of extreme temperature environments are possible.
h) The inertia of the particles can be kept small and the response of the recording equipment is practically instantaneous to even the most rapid fluctuations.

The main disadvantage of the laser anemometer is that it is still in the development stage.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his deep gratitude to Professor J. J. Delgado Domingos of the Laboratório de Termodinâmica Aplicada of the Instituto Superior Técnico (Lisbon) for the invitation to present three lectures at his Institute. These lectures were given within the framework of a course on turbulence models and their experimental verification, one of which is the basis of the present paper.

The author is also deeply indebted to Dr. J. H. Whitelaw of the Mechanical Engineering Department of the Imperial College of Science and Technology (London) for his attentive

supervision and advice during the author's work on optical velocity measuring techniques.

NOMENCLATURE

c	velocity of light
k_i	unity vector from particle to observer
l_i	unity vector in the direction of incident light beam
m_i	unity vector from particle to observer
n_i	vector difference $(k_i - m_i)$
r	radius of scattering particles
t	time
$\hat{u}_i$	instantaneous velocity vector
U_i	mean velocity vector
u_i	fluctuating component of velocity vector
x_1, x_2	distances from scattering particle to light detector
y, y_1, y_2	amplitudes of light waves
y_s, y_{s_2}	amplitudes of scattered light waves
$\Delta\nu$	frequency difference $(\nu k_i - \nu m_i)$
$\overline{\Delta\nu}$	time mean value of $\Delta\nu$
$\delta(\Delta\nu)$	variation in $\Delta\nu$ (frequency spread)
$\delta(\hat{U}_i)$	variations in velocity (turbulence)
$\delta(\nu_s)$	variation in light frequency of source (cromatic incoherence)
ε_{ijk}	isotropic third order tensor
λ	wave length of light or of waves
λ'	wave length of Doppler-shifted waves
λ_s	wave length of incident light waves
ν	frequency of light or of waves
ν'	frequency of Doppler-shifted wave
νk_i	frequency of light scattered in direction k_i
νm_i	frequency of light scattered in direction m_i
ν_s	frequency of incident light waves
ν_p	frequency as «recorded» by moving object, e. g. plane, particle . . . . .
ν_1	frequency of light wave 1
ν_2	frequency of light wave 2
η	factor in equation (13)
ψ_1, ψ_2, ψ_5	phases of light waves

REFERENCES

1. F. DURST and J.H. WHITELAW: «Aerodynamic properties of separated gas flows: existing measurement techniques and a new optical geometry for the laser-Doppler-anemometer». Imperial College, London, Mech. Eng. Dept., EF/TN/C/23, October 1969. See also, Progress in Heat and Mass Transfer, Volume 4. Pergammon Press, 1971.
2. D. W. HOLDER and R. J. NORTH: «*Schlieren Methods*», National Physical Laboratory, Notes on Applied Science, No. 31, 1963.
3. R. C. PANKHURST and D. W. HOLDER: «*Wind Tunnel Techniques*», Pitman, 1952.
4. L. H. TANNER: «The Design and Use of Interferometers in Aerodynamics, R. & M. 3131, H.M.S.O.
5. D. H. THOMPSON: «A tracer-particle fluid velocity meter incorporating a laser», Journal of Scientific Instruments, *1*, pp. 929-931, 1969.
6. E. HAUSLER and W. STUMM: «Anwendung eines He-Ne-Gaslasers zur Untersung von dynamischen Vorgängen», Institut für angewandte Physik und Elektronik der Universität des Saarlandes, Germany.
7. M. GASTER: «A new technique for the measurement of low fluid velocities». Journal of Fluid Mechanics, *20*, 2, p.p. 113, 1964.
8. M. J. FISHER and F. R. KRAUSE: «The crossed-beam correlation technique», Journal of Fluid Mechanics, *28*, 4, pp. 705-717, 1967.
9. R. E. ROSENWEIG, H. G. HOTTEL, G. C. WILLIAMS: «Smoke-scattered light measurement of turbulent concentration fluctuation», Chemical Engineering Science, *15*, pp. 111-129, 1961.
10. M. K. MAZUMDER and D. L. WANKUM: SNR and Spectral Broadening in Turbulence Structure Measurements using C. W. Lasers. Conference on Laser Engineering and Applications, Washington, May 1969.
11. M. J. RUDD: «A new theoretical model for the laser Dopplermeter», Journal of Scientific Instruments, *2*, pp. 55-58, 1969.
12. F. DURST and J. H. WHITELAW: Optimisation of optical anemometers, to be published in Proc. Roy. Soc. (London).
13. B. LEHMANN: «Zur Diagnostik von Zweiphasenströmungen», AEG – Forschegsinstitut, Bericht 19.
14. J. W. FOREMAN, E. W. GEORGE, J. L. JETTON, R. D. LEWIS, J. R. THORNTON and H. J. WATSON, «Fluid flow measurements with a laser Doppler velocimeter», IEEE J. of Quantum Electronics, QE-2, 8, 260, (1966).
15. E. ROLFE, J. K. SILK, S. BOOTH, K. MEISTER and R. M. YOUNG, «Laser Doppler velocity instrument», NASA CR-1199, (1968).
16. R. J. GOLDSTEIN and D. K. KREID: «Measurement of laminar flow development in a square duct using a laser Doppler flowmeter», J. Apl. Mech., *34-E*, 813 (1967).
17. E. P. PIKE, D. A. JACKSON, P. J. BOURKE, D. I. PAGE: «Measurement of turbulent velocities from the Doppler shift in scattered laser light», J. Sci. Instrum., *2*, 111, (1968).

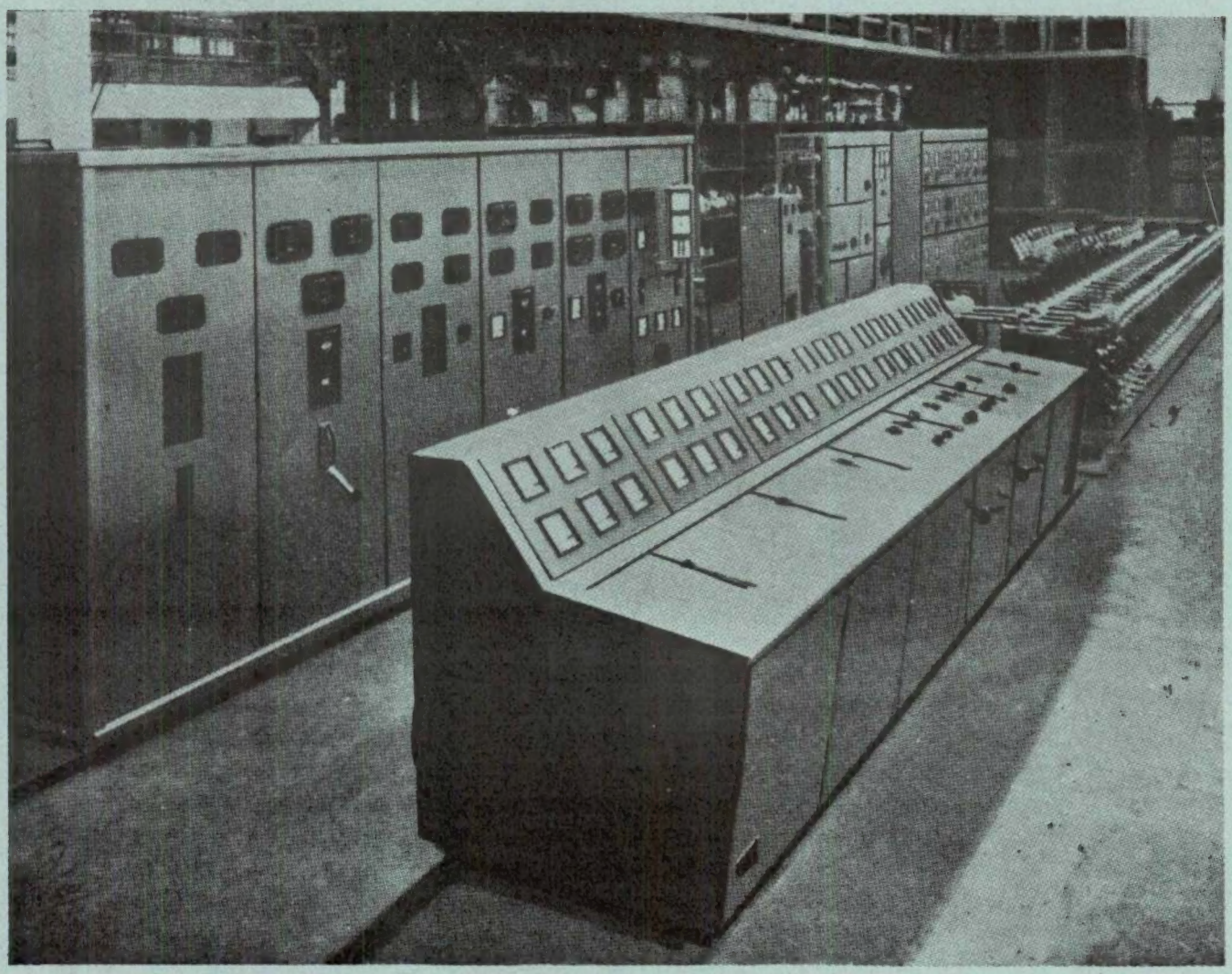
FEIRAS, CONFERÊNCIAS, EXPOSIÇÕES E CURSOS NO MUNDO

OBJECTIVO E PROGRAMA	LOCAL, DATAS, ORGANIZAÇÃO, INFORMAÇÕES
5.ª Reunião Internacional Sobre Química Organometálica	Moscovo 16-21 Agosto-71 Organizing Committee of the V th International Conference on Organometallic Chemistry, Vavilova 28, Institute of Organo-Element Compounds, Moscu B-312, U. R. S. S.
IFIP Congress 71 Temas : 1. Cálculo Numérico 2. Fundamentos Matemáticos Processamento de Informação 3. Computer Saftware 4. Computer Hardware e Sistemas 5. Sistemas para Management e Administração 6. Aplicações Tecnológicas 7. Ciências e Humanidades	Ljublijana (Yugoslavia) 23-28 Agosto-71
International Conference on Port and Ocean Engineering Under Artic Conditions	Trondheim e Tromso (Noruega), 23-30 Agosto-71 The Secretary of the Conference «Port and Ocean Engineering Under Artic Conditions», the Tecnical University of Norway, 7034 Trondheim, Noruega
ASLE International Conference on Solid Lubrication	Denver, Colorado, 24-27 Agosto-71 Prof. Campbell, Materials Division, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, New York, 12 181 — U. S. A.
Congresso e Exposição de Electrónica	Los Angeles, 24-27 Agosto-71
Feira de Damasco	Damasco, 25 Agosto — 20 Setembro-71
13.º Congresso Internacional do Frio (Caminhos de Ferro)	Washington 27 Agosto — 3 Setembro-71
14ème Congrès de L'Association International de Recherches Hydrauliques	Paris, 29 Agosto — 3 Setembro-71 M. J. — C. Lebreton, Comité D'Organisation, 6, Quai Watier, 78-Chatov, França
8.º Congresso Internacional de Sedimentologia	Heidelberg (Alemanha), 30 Agosto — 4 Setembro-71 Pr. Dr. G. Muller, Laboratorium für Sedimentforschung, Mineralogish-Petrographisches Institut der Universität Heidelberg, Berliner strasse 19, 69 — Heidelberg, R.F.A.
Feira de Salónica	Salónica, 29 Agosto — 19 Setembro-71
O PERT na Indústria de Construção Civil	L. Marques, 30 Agosto-71 INII e AIM, Setembro-71

JAYME DA COSTA, L^DA

MECÂNICA E ELECTRICIDADE EM TODAS AS APLICAÇÕES

PORTO	LISBOA	LUANDA
Praça da Batalha, 12	Rua dos Correeiros, 14	Cx. Postal 5174
Telef. 2 28 12 (PPC)	Telef. 32 70 35 (PPC)	Telef. 4743

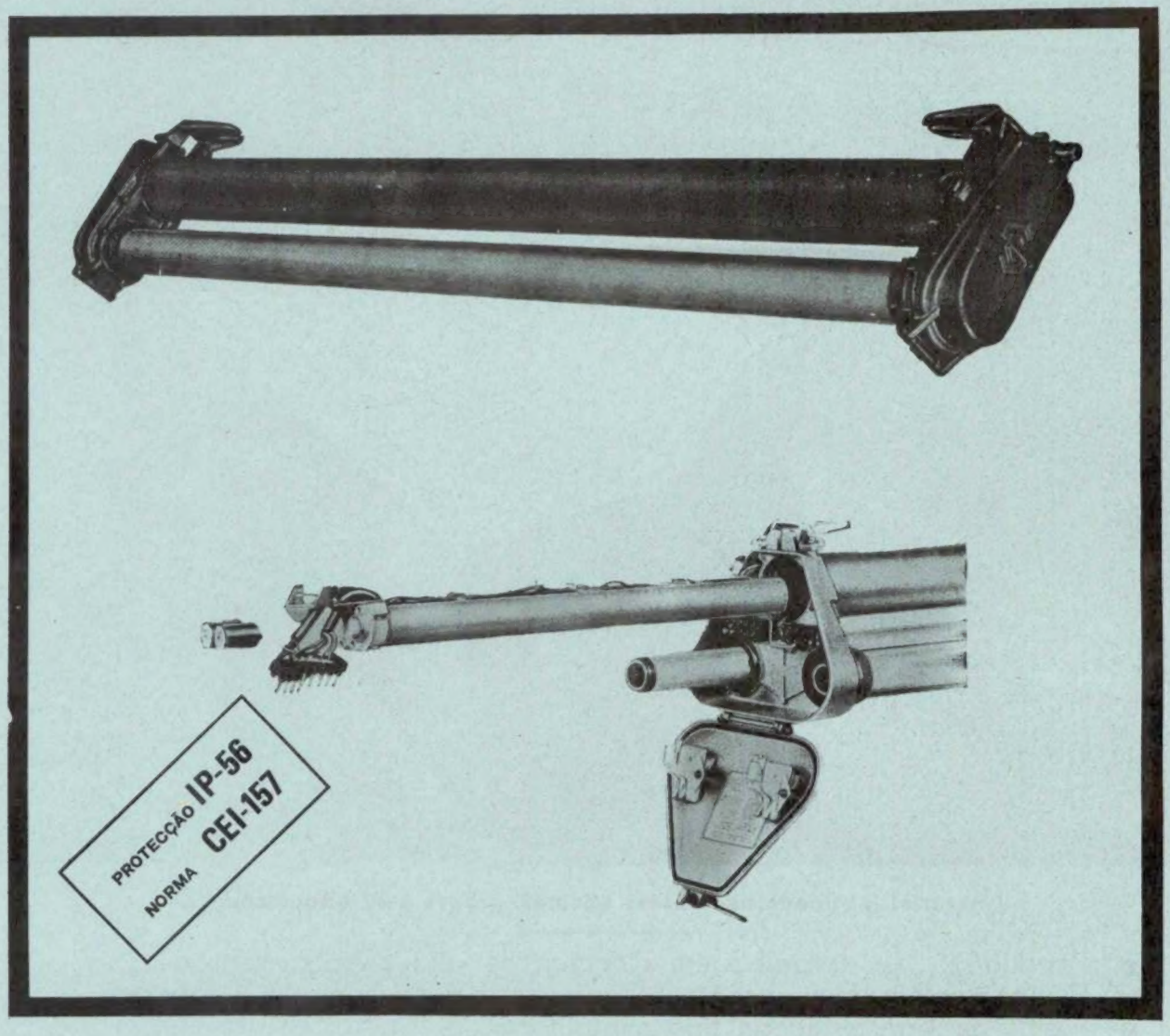


Material fabricado nas nossas oficinas, pronto para expedição

- Fabricação de aparelhagem eléctrica de alta e baixa tensão
- Equipamentos electromecânicos completos para centrais e fábricas
- Postos de transformação tipo monobloco
- Quadros blindados, capsulados e em armário
- Armaduras de iluminação de todos os tipos
- Contadores eléctricos e instrumentos de medida
- Telemedida e telecomando
- Instalações elevatórias de água
- Instalações de saneamento e esgotos
- Ferramentas de corte
- Motores Diesel industriais e marítimos
- Fogões eléctricos
- Frigoríficos
- Ventilação e condicionamento de ar
- Aparelhagem de Raios X e electromedicina

ARMADURA DE ILUMINAÇÃO

TIPOS
MA/BA



Armaduras para 1 ou 2 tubos fluorescentes de 20, 40 ou 65 watts; rigorosamente estanques, permitem a utilização de tubos no exterior ou no interior, sob as mais rigorosas condições de frio, humidade (jactos de água) e poeiras.

CONSTRUÇÕES ELÉCTRICAS SCHRÉDER, LDA.

P. JOSÉ FONTANA, 25 • LISBOA-1 • TEL. 561001